

## KAVITACIJSKI TOK MED PREHODNIMI REŽIMI V CEVNIH SISTEMIH TRANSIENT CAVITATING FLOW IN PIPING SYSTEMS

Anton BERGANT

*Sprememba pretočne hitrosti povzroči prirastek in padec tlaka v cevnem sistemu. Kontinuiteta kapljevine je prekinjena, ko se tlak v sistemu zniža na parni tlak kapljevine. Prispevek zajema fizikalne osnove kavitacijskega toka pri parnem tlaku kapljevine med prehodnimi režimi (pretrganje kapljevinskega stebra). Kavitacijski tok je popisan z enačbami faznih stanj, ki jih rešujemo z analitičnimi in numeričnimi metodami. Metode reševanja enačb so vgrajene v diskretni in kombinirani kavitacijski model. Numerični rezultati so primerjani z rezultati meritev v laboratoriju. Rezultati, dobljeni s kombiniranim modelom, se v splošnem najbolj ujemajo z meritvami. Kombinirani kavitacijski model, v primerjavi z diskretnim kavitacijskim modelom, bolj natančno popisuje fizikalno sliko kavitacijskega toka.*

**Ključne besede:** cevni sistemi, nestacionarni kavitacijski tok, vodni udar, parna kavitacija, pretrganje vodnega stebra, diskretni kavitacijski model, kombinirani kavitacijski model, eksperimentalna postaja

*A change of flow velocity in a piping system induces either an increase or a decrease in pressure. Liquid column separation occurs when the pressure drops to the liquid vapour pressure. This paper deals with physical phenomena of transient vaporous cavitating flow in pipelines. Column separation in pipelines is described by a set of equations representing a particular physical state of the fluid. The equations are solved separately by analytical and numerical methods. The solution methods are integrated into a discrete vapour cavity model and an interface vaporous cavitation model. Numerical results are compared with the results of laboratory measurements. A comparison between the results shows that the interface model simulates the physics of the transient cavitating flow more accurately than the discrete vapour cavity model.*

**Key words:** piping systems, transient cavitating flow, water hammer, vaporous cavitation, water column separation, discrete cavity model, interface vaporous cavitation model, experimental apparatus

### 1. UVOD

Hidravlični cevni sistemi delujejo pri različnih pretočnih režimih. Sprememba pretočne hitrosti povzroči prirastek in padec tlaka v cevnem sistemu. Kontinuiteta tekočine je prekinjena (pretrganje kapljevinskega stebra), ko se tlak v sistemu zniža na parni tlak kapljevine (pojav kavitacije). Obstajata dva tipa pretrganja stebra. Prvi je lokalna parna kavitacija z velikim kavitacijskim razmernikom (približno ena). Drugi je področje kontinuiranega kavitacijskega toka vzdolž določene dolžine cevovoda. V tem primeru je kavitacijski razmernik majhen (približno nič). Prispevek obravnava fizikalne zakonitosti in teoretične modele kavitacijskega

### 1. INTRODUCTION

Hydraulic systems operate on a broad range of operating regimes. A change of flow velocity in a piping system induces either an increase or a decrease in pressure. Liquid column separation occurs when the pressure drops to the liquid vapour pressure (transient cavitating flow). Two distinct types of column separation may occur. The first type is a localised vapour cavity with a large void fraction (close to 1). The second type of column separation is distributed vaporous cavitation that may extend over long sections of the pipe. The void fraction for this case is small (close to 0). This paper deals with physical phenomena and theoretical models of

toka med prehodnimi režimi v cevnih sistemih. Izsledki teoretičnih raziskav so podprti s preizkusi kavitacije pri parnem tlaku kapljevine. Glavni poudarek je v predstavitvi novih teoretičnih modelov, izvedbi originalnih preizkusov in teoretično-eksperimentalni izlučitvi fizikalnih zakonitosti kavitacijskega toka v cevovodu.

V teoretičnem delu so podane enačbe kavitacijskega toka in metode reševanja enačb. Kavitacijski tok med prehodnimi režimi v cevnih sistemih je popisan z enačbami vodnega udara, kontinuiranega kavitacijskega toka, kompresijskega skoka in diskretne kavitacije. Enačbe vodnega udara rešujemo z metodo karakteristik. Enačbe kontinuiranega kavitacijskega toka rešujemo z generalizirano analitično-numerično metodo. Enačbe kompresijskega skoka se rešujejo združeno z enačbami vodnega udara in kontinuiranega kavitacijskega toka s pomočjo Newton-Raphsonove metode. Kontinuitetna enačba diskretne kavitacije pa je rešena numerično, v kombinaciji s kompatibilnimi enačbami vodnega udara ali enačbami kontinuiranega kavitacijskega toka. Metode reševanja enačb kavitacijskega toka so kombinirane v diskretni in kombinirani kavitacijski model. Diskretni kavitacijski model generira kavitacije pri robnih pogojih in v numeričnih vozliščih vzdolž cevovoda, ko tlak v kapljevini pade na parni tlak. Cevni odseki med vozlišči so modelirani kot cevni odseki s kapljevinskim tokom. Temu sledi predstavitev novega kombiniranega kavitacijskega modela, ki zajema eksplisitni popis diskretnih kavitacij in področij kontinuiranega kavitacijskega toka. Model zajema poljubno kombinacijo področij kontinuiranega kavitacijskega toka in diskretnih kavitacij v cevovodu s poljubnim nagibom.

Eksperimentalne raziskave kavitacijskega toka med prehodnimi procesi so nujno potrebne za boljše razumevanje fizikalnega pojava in overitev postavljenih teoretičnih modelov. V prispevku orisana preizkusna postaja dovoljuje raziskave kavitacijskega toka pri kontroliranih pretočnih pogojih. Prilagodljivost postaje, računalniško krmiljena regulacija tlaka v tlačnih rezervoarjih, zapiralni mehanizem s torzijsko vzmetjo in

transient vaporous cavitating flow in pipelines. The theoretical findings are verified by column separation measurements in the laboratory. The main objective of this paper is to present novel theoretical models that are verified by experiments and to improve the understanding of the column separation phenomena in pipelines.

The theoretical part of the paper describes pipeline column separation equations and their solution methods. Transient cavitating flow in pipelines is described by water hammer equations, two-phase flow equations for a distributed vaporous cavitation region, shock equations and equations for a discrete vapour cavity. Water hammer equations are solved by the method of characteristics. Two-phase flow equations are solved by a generalized analytical-numerical method. The shock equations are coupled with water hammer compatibility equations and two-phase flow equations, and then solved by the Newton-Raphson method. The discrete vapour cavity continuity equation is solved numerically, and then coupled with water hammer compatibility equations or two-phase flow equations. The solution methods for column separation equations may be incorporated into discrete vapour cavity models and an interface vaporous cavitation model. The discrete cavity model allows vapour cavities to form at interior pipe sections and boundaries when liquid pressure drops to the liquid vapour pressure. A liquid phase between the computational sections is assumed. Then a novel interface vaporous cavitation model is presented. The model treats discrete vapour cavities and distributed cavitation regions explicitly, and it handles the various interactions between the particular physical state of the fluid in a number of pipeline configurations.

Experimental investigation of transient cavitating flow in pipelines should be performed in order to improve an understanding of the phenomena and to verify theoretical models. An experimental apparatus that enables research of column separation phenomena under controlled flow conditions is presented. The flexible experimental apparatus for investigating transient cavitating flow in

vizualizacija kavitacijskega toka z računalniško krmiljeno hitrosnemalno kamero predstavljajo novosti na področju eksperimentalnih raziskav prehodnih pojavov s kavitacijskim tokom v cevni sistemih. Primerjava rezultatov izračuna in meritev pokaže, da se rezultati, dobljeni s kombiniranim kavitacijskim modelom v splošnem najbolj ujemajo z meritvami. Kombinirani kavitacijski model v primerjavi z diskretnim kavitacijskim modelom bolj natančno reproducira fizikalno sliko kavitacijskega toka. Odstopanja rezultatov izračuna med obravnavanimi modeli izhajajo iz načina popisa kontinuiranega kavitacijskega toka. Iz teoretično-eksperimentalne analize kavitacijskega toka v sistemu rezervoar-cevovod-ventil-rezervoar sledi, da kavitacijski tok med prehodnimi režimi v cevni sistemih zajema področja kontinuiranega kavitacijskega toka in diskretnih kavitacij.

## 2. ENAČBE VODNEGA UDARA IN KAVITACIJSKEGA TOKA

Kavitacijski tok med prehodnimi režimi v cevni sistemih opišemo z enačbami vodnega udara, kontinuiranega kavitacijskega toka, kompresijskega skoka in diskretne kavitacije.

### 2.1 ENAČBE VODNEGA UDARA

Enačbe vodnega udara popisujejo nestacionarni kapljevinski tok v cevovodu. Kontinuitetna in gibalna enačba se glasita (Wylie & Streeter, 1993):

$$\frac{\partial H}{\partial t} + v \frac{\partial H}{\partial x} - v \sin\theta + \frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\lambda v |v|}{2D} = 0 \quad (2)$$

pipelines incorporates several novel features, including a computer controlled system for maintaining a specified pressure in the tanks, a torsional spring valve actuator and flow visualization, with the aid of computer controlled high-speed video. A comparison between the computational and experimental results shows that the interface vaporous cavitation model gives the best fit. The interface vaporous cavitation model simulates the physics of the transient cavitating flow more accurately than the discrete vapour cavity model. The discrepancies between the two types of models may be attributed to the different description of vaporous cavitation zones. Theoretical and experimental investigations of column separation events in a reservoir-pipeline-valve-reservoir system reveal the occurrence of discrete vapour cavities and vaporous cavitation zones during transient regimes in pipelines.

## 2. PIPELINE COLUMN SEPARATION EQUATIONS

Transient cavitating flow in pipelines is described by water hammer equations, two-phase flow equations for a distributed vaporous cavitation region, shock equations and equations for a discrete vapour cavity.

### 2.1 WATER HAMMER EQUATIONS

Water hammer equations describe the unsteady liquid flow in pipelines. The equations are the continuity equation and the equation of motion (Wylie & Streeter, 1993):

## 2.2 ENAČBE KONTINUIRANEGA KAVITACIJSKEGA TOKA

Enačbe kontinuiranega kavitacijskega toka opisujejo enokomponentni dvofazni tok v cevovodu, ko je tlak tekočine enak parnemu tlaku kapljevine. Pri konstantnem tlaku tekočine udarni valovi ne propagirajo vzdolž cevovoda. Kontinuitetna in gibalna enačba homogene zmesi kapljevine in parnih mehurčkov se glasita (Bergant & Simpson, 1992; Wylie & Streeter, 1993):

$$\frac{\partial \alpha_v}{\partial t} + v_m \frac{\partial \alpha_v}{\partial x} - \frac{\partial v_m}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial v_m}{\partial t} + v_m \frac{\partial v_m}{\partial x} + g \sin \theta + \frac{\lambda v_m |v_m|}{2D} = 0 \quad (4)$$

## 2.3 ENAČBE KOMPRESIJSKEGA SKOKA

Enačbe kompresijskega skoka popisujejo fazno spremembo homogene zmesi kapljevine in parnih kavitacij (enokomponentni dvofazni tok, enačbe kontinuiranega kavitacijskega toka) v kapljevino (enofazni tok, enačbe vodnega udara). Sprememba faze je posledica potovanja kompresijskega vala enofaznega toka v področje dvofaznega toka, kjer je tlak zmesi enak parnemu tlaku kapljevine. Parne kavitacije (mehurčki) kondenzirajo, kapljevina pa se komprimira. Kontinuitetna in gibalna enačba kompresijskega skoka se glasita (Bergant & Simpson, 1992):

$$a_s \left[ \frac{g}{a^2} (H_s - H_{sv}) + \alpha_v \right] - (v - v_m) = 0 \quad (5)$$

$$g(H_s - H_{sv}) + (v - v_m)(v - v_m - a_s) = 0 \quad (6)$$

## 2.4 ENAČBE DISKRETNE KAVITACIJE

Diskretno kavitacijo obravnavamo kot robni pogoj (pretrganje kapljevinskega stebra). Sprememba volumna kavitacije je izražena s kontinuitetno enačbo diskretne kavitacije (Streeter, 1969):

## 2.2 TWO-PHASE FLOW EQUATIONS FOR A DISTRIBUTED VAPOROUS CAVITATION REGION

Two-phase flow equations for a distributed vaporous cavitation region describe the unsteady one-component two-phase flow of liquid-vapour mixture in pipelines at a pressure set to the liquid vapour pressure. Pressure waves do not propagate at an assumed constant vapour pressure. The two-phase flow equations are the continuity equation and the equation of motion (Bergant & Simpson, 1992; Wylie & Streeter, 1993):

## 2.3 SHOCK EQUATIONS

Shock equations describe a phase change of a homogeneous mixture of liquid and liquid-vapour bubbles (one-component two-phase flow, two-phase flow equations) back to liquid (one-phase flow, water hammer equations). The phase change is induced by the propagation of the compression wave from liquid into the liquid-vapour mixture at the pressure set to the liquid vapour pressure. Liquid-vapour bubbles condense; the liquid is compressed. Shock equations are the continuity equation and the equation of motion (Bergant & Simpson, 1992):

## 2.4 EQUATIONS FOR A DISCRETE VAPOUR CAVITY

A discrete vapour cavity is treated as a boundary condition (fluid column separation). The growth and subsequent decay of the cavity is defined by the continuity equation (Streeter, 1969):

$$V_{vc} = \int_{t_{in}}^t A(v - v_u) dt \quad (7)$$

Pritok kapljavine ali tekočine v kavitacijo in iztok iz nje sta izračunana z enačbami vodnega udara ali kontinuiranega kavitacijskega toka.

The continuity equation is coupled to the water hammer equations and/or two-phase liquid-vapour mixture flow equations in order to account for flow velocities.

### 3. ANALITIČNE IN NUMERIČNE METODE

### 3. ANALYTICAL AND NUMERICAL METHODS

Enačbe vodnega udara (1) in (2), kontinuiranega kavitacijskega toka (3) in (4), kompresijskega skoka (5) in (6), in diskretne kavitacije (7) lahko rešujemo z eksplicitnimi ali hibridnimi metodami (Bergant, 1992). V prispevku obravnavamo eksplicitne metode, ki so v primerjavi s hibridnimi metodami numerično bolj stabilne in fizikalno jasne. Metode združimo v numerični model za analizo kavitacijskega toka. Uporaba metode karakteristik za reševanje enačb vodnega udara (1) in (2) (Wylie & Streeter 1993; Simpson & Bergant 1994):

A separate or combined approach (Bergant, 1992) to the solution of water hammer (1) and (2), two-phase flow (3) and (4), and shock equations (5) and (6), and a discrete vapour cavity equation (7) may be adopted. The paper deals with the separate solution of these equations. This approach gives a more stable and physically sound solution than the combined approach. The solution methods are integrated into a numerical algorithm for column separation analysis. A method of characteristics solution for water hammer equations (1) and (2) (Wylie & Streeter, 1993; Simpson & Bergant, 1994):

a) kompatibilitetna enačba za pozitivno karakteristiko  $\Delta x/\Delta t = a$ :

a) compatibility eq. along the positive characteristic line  $\Delta x/\Delta t = a$ :

$$H_j = C_P - B_P Q_{uj} \quad (8)$$

b) kompatibilitetna enačba za negativno karakteristiko  $\Delta x/\Delta t = -a$ :

b) compatibility eq. along the negative characteristic line  $\Delta x/\Delta t = -a$ :

$$H_j = C_M + B_M Q_j \quad (9)$$

v kombinaciji z analitičnimi in numeričnimi metodami kavitacijskega toka omogoča dokaj natančno obravnavanje fizikalnega pojava ( $Q = vA$ ). V fizikalni ravnini pot-čas zasledujemo potovanje ekspanzijskih in kompresijskih valov, kondenzacijo področij kontinuiranega kavitacijskega toka ter formiranje in zrušitev diskretnih kavitacij. Vgraditev diskretnih kavitacij v numerična vozlišča v metodi karakteristik daje diskretni kavitacijski model (Streeter, 1969; Wylie & Streeter, 1993; Simpson & Bergant, 1994). Kombinirani kavitacijski model združuje kompletne enačbe vodnega udara in kavitacijskega toka (Streeter, 1983; Bergant & Simpson, 1992).

coupled with analytical and numerical methods for cavitating flow regions provides a reasonable treatment of the physical phenomena ( $Q = vA$ ). The propagation of rarefaction and compression waves, condensation of vaporous cavitation zones, and the growth and subsequent decay of discrete cavities can be visualized in the  $xt$  plane. Incorporating discrete cavities into the computational sections of the method of characteristics leads to the discrete cavity model (Streeter, 1969; Wylie & Streeter, 1993; Simpson & Bergant, 1994). Coupling the complete set of column separation methods gives the interface vaporous cavitation model (Streeter, 1983; Bergant & Simpson, 1992).

### 3.1 ANALITIČNO-NUMERIČNO REŠEVANJE ENAČB KONTINUIRANEGA KAVITACIJSKEGA TOKA

Enačbi (3) in (4) lahko rešujemo analitično ali numerično (Streeter, 1993; Simpson, 1986; Bergant, 1992). V prispevku je predstavljen kombinirani analitično-numerični pristop reševanja obravnavanih enačb v cevi s poljubnim nagibom (Bergant, 1992). V prvem koraku s pomočjo analitične integracije gibalne enačbe (4) izračunamo pretočno hitrost homogene zmesi tekočine  $v_m$ , v drugem pa s pomočjo numerične integracije kontinuitetne enačbe (3) kavitacijski volumski razmernik  $\alpha_v$ .

Integracija hitrosti  $v_m$  iz (4) je odvisna od nagiba cevododa in začetne kavitacijske hitrosti  $v_{mi}$  v času  $t_i$ , ko ekspanzijski val v poljubni točki  $x$  vzdolž cevododa povzroči padec tlaka na parni tlak kapljevine. Začetno kavitacijsko hitrost  $v_{mi}$  izračunamo iz enačbe (8) ali (9) ( $H_j = H_v$ ). Rezultati integracije enačbe (4) so (Bergant, 1992):

#### a) cevovod z nagibom pri $\theta v_{mi} > 0$ :

- tok proti smeri osne komponente gravitacijske sile:

$$v_m = v_{mt} \tan \left( \tan^{-1} \left( \frac{v_{mi}}{v_{mt}} \right) - \text{sign}(\theta) \frac{\lambda v_{mt}}{2D} (t - t_i) \right) \quad (10)$$

kjer je gravitacijska hitrost izražena z enačbo  $v_{mt} = (2gD|\sin\theta/\lambda)^{1/2}$ , funkcija predznaka nagiba cevododa pa z izrazom  $\text{sign}(\theta) = \{+1$  za  $\theta > 0$ ;  $-1$  za  $\theta < 0\}$ .

- tok v smeri osne komponente gravitacijske sile:

$$v_m = v_{mt} \frac{e^{-\text{sign}(\theta)\lambda v_{mt}(t-t_r)/D} - 1}{e^{-\text{sign}(\theta)\lambda v_{mt}(t-t_r)/D} + 1} \quad (11)$$

kjer je  $t_r$  čas zaustavitve pretoka:

$$t_r = t_i + \text{sign}(\theta) \frac{2D}{\lambda v_{mt}} \tan^{-1} \left( \frac{v_{mi}}{v_{mt}} \right) \quad (12)$$

### 3.1 ANALYTICAL AND NUMERICAL INTEGRATION FOR TWO-PHASE LIQUID-VAPOUR MIXTURE EQUATIONS

Equations (3) and (4) can be solved analytically or numerically (Streeter, 1993; Simpson, 1986; Bergant, 1992). A combined analytical-numerical approach to the solution of these equations developed for an arbitrary sloping pipeline is presented (Bergant, 1992). First the velocity of liquid-vapour mixture  $v_m$  is calculated from (4) by analytical integration; then the void fraction  $\alpha_v$  is estimated by the numerical integration of (3).

Integration of  $v_m$  from (4) depends on the pipe slope and the inception velocity of the liquid-vapour mixture  $v_{mi}$  at time  $t_i$  at an arbitrary distance  $x$  along the pipeline, at which the rarefaction wave drops the pressure to the liquid-vapour pressure. The inception velocity  $v_{mi}$  is calculated from (8) or (9) ( $H_j = H_v$ ). The results of integration for equation (4) are (Bergant, 1992):

#### a) Sloping pipe with $\theta v_{mi} > 0$ :

- flow in the reverse direction of the  $x$ -component of the body force (gravity):

in which  $v_{mt} = (2gD|\sin\theta/\lambda)^{1/2}$  is the terminal velocity of the liquid-vapour mixture and  $\text{sign}(\theta) = \{+1$  for  $\theta > 0$ ;  $-1$  for  $\theta < 0\}$  is the sign function of pipe slope  $\theta$ .

- flow in the direction of the  $x$ -component of the body force (gravity):

in which the time of the flow reversal  $t_r$  is:

b) cevovod z nagibom pri  $\theta v_{mi} < 0$ :

b) Sloping pipe with  $\theta v_{mi} < 0$ :

$$v_m = v_{mt} \frac{v_{mi} - v_{mt} + (v_{mt} + v_{mi}) e^{-\text{sign}(\theta) \lambda v_{mt} (t - t_i)/D}}{v_{mt} - v_{mi} + (v_{mt} + v_{mi}) e^{-\text{sign}(\theta) \lambda v_{mt} (t - t_i)/D}} \quad (13)$$

c) horizontalni cevovod:

c) Horizontal pipe:

$$v_m = \frac{2Dv_{mi}}{2D + \text{sign}(v_{mi}) \lambda v_{mi} (t - t_i)} \quad (14)$$

kjer je  $\text{sign}(v_{mi}) = \{+1 \text{ za } v_{mi} > 0; -1 \text{ za } v_{mi} < 0\}$  funkcija predznaka začetne kavitacijske hitrosti  $v_{mi}$ .

in which  $\text{sign}(v_{mi}) = \{+1 \text{ for } v_{mi} > 0; -1 \text{ for } v_{mi} < 0\}$  is the sign function of inception velocity  $v_{mi}$ .

Numerična integracija kontinuitetne enačbe (3) v času  $t$  ob vpeljavi utežnega koeficienta v časovni smeri  $\psi$  (Wylie, 1984) da:

Numerical integration of continuity equation (3) at time  $t$ , using a weighting factor  $\psi$  in time direction (Wylie, 1984) gives:

$$(\alpha_v)_{k,t} = (\alpha_v)_{k,t-\Delta t} + \left\{ \psi [(v_m)_{j+1,t} - (v_m)_{j,t}] + (1 - \psi) [(v_m)_{j+1,t-\Delta t} - (v_m)_{j,t-\Delta t}] \right\} \Delta t / \Delta x \quad (15)$$

kjer je  $j$  število gorvodne in  $j+1$  število dolvodne računske točke  $k$ -tega cevnega odseka dolžine  $\Delta x$  ( $\Delta x = a\Delta t$ ).

in which  $j$  is a number of the upstream node and  $j+1$  is a number of a downstream node for the computational reach  $k$  of length  $\Delta x$  ( $\Delta x = a\Delta t$ ).

### 3.2 NUMERIČNA METODA ZA REŠEVANJE ENAČB KOMPRESIJSKEGA SKOKA

### 3.2 NUMERICAL METHOD FOR COUPLED SHOCK EQUATIONS

Enačbi kompresijskega skoka (5) in (6) tvorita sistem algebraičnih enačb. Obravnavani enačbi opisujeta čelo kapljevinskega stebra, ki propagira v področje kontinuiranega kavitacijskega toka. Enačbi (5) in (6) rešujemo združeno z ustrežno kompatibilitetno enačbo (8) ali (9) (glede na smer potovanja skoka), kinematično enačbo gibanja kompresijskega skoka v časovnem intervalu  $\Delta t$ :

Shock equations (5) and (6) form a system of algebraic equations. The two equations describe the movement of the shock wave front into the vaporous cavitation zone. Equations (5) in (6) are solved simultaneously with the appropriate compatibility equation (8) or (9) (depending on the direction of travel of the interface), kinematic equation for the length of the front movement during time step  $\Delta t$ :

$$L_t = L_{t-\Delta t} + |a_s + v_m| \Delta t \quad (16)$$

in gibalno enačbo za kapljevinski steber dolžine  $L_t$ :

and equation of motion for the liquid plug of length  $L_t$ :

$$\text{sign}(a_s) (H_j - H_s) - \frac{\lambda L_t}{2gDA^2} Q_j |Q_{j,t-\Delta t}| - \frac{L_t}{gA\Delta t} (Q_j - Q_{j,t-\Delta t}) = 0 \quad (17)$$

kjer je  $\text{sign}(a_s) = \{+1 \text{ za } a_s > 0; -1 \text{ za } a_s < 0\}$  funkcija predznaka hitrosti širjenja kompresijskega skoka in  $H_j$  višina na gorvodni strani kapljevinskega stebra ( $Q_{uj} = Q_j$ ) (Bergant & Simpson, 1999).

V obravnavanem združenem nelinearnem sistemu enačb (5), (6), (8) ali (9), (16) in (17) so neznanke  $a_s$ ,  $H_j$ ,  $H_s$ ,  $L_t$  in  $Q_j$ . Hitrost  $v_m$  izračunamo iz ustrezne enačbe (10) do (14) in  $\alpha_v$  iz (15). Sistem nelinearnih enačb rešujemo numerično z Newton-Raphsonovo metodo (Carnahan et al., 1969).

### 3.3 NUMERIČNO REŠEVANJE ENAČB DISKRETNE KAVITACIJE

Sprememba volumna diskretne kavitacije je dobljena z numerično integracijo kontinuitetne enačbe (7). Integracija v deltoidni mreži metode karakteristik da (Wylie, 1984; Simpson & Bergant, 1994):

$$(V_{vc})_{j,t} = (V_{vc})_{j,t-2\Delta t} + [(1 - \psi)(Q_{j,t-2\Delta t} - Q_{uj,t-2\Delta t}) + \psi(Q_{j,t} - Q_{uj,t})]2\Delta t \quad (18)$$

Pritok kapljevine oziroma homogene zmesi kapljevine in parnih mehurčkov v kavitacijo in iztok iz nje sta izračunana s kompatibilitetno enačbo vodnega udara (8) ali (9) ( $H_j = H_v$ ) oziroma enačbo za izračun pretočne hitrosti kontinuiranega kavitacijskega toka (ena od (10) do (14)).

### 3.4 DISKRETNI KAVITACIJSKI MODEL

Diskretni kavitacijski model generira kavitacije pri robnih pogojih in v numeričnih vozliščih vzdolž cevovoda, ko se tlak v cevni sistemu zniža na parni tlak kapljevine. Cevni odseki med vozlišči so simulirani kot odseki s kapljevinskim tokom. Kontinuitetna enačba (18) za diskretno kavitacijo v numeričnem vozlišču (robnem pogoju) je za obravnavani primer združena s kompatibilitetnimi enačbami vodnega udara (8) in (9) ( $H_j = (H_v)_j$ ). Kapljevinska faza se vnovič vzpostavi pri negativnem volumnu diskretne kavitacije (zrušitev kavitacije). Temu sledi standardni izračun vodnega udara s kompatibilitetnima enačbama (8) in (9), vse dokler se tlak vnovič ne zniža na parni tlak. Nerealno visoke amplitude in razlike v

in which  $\text{sign}(a_s) = \{+1 \text{ for } a_s > 0; -1 \text{ for } a_s < 0\}$  is the sign function of shock wave speed  $a_s$  and  $H_j$  is the head at the upstream side of the liquid plug ( $Q_{uj} = Q_j$ ) (Bergant & Simpson, 1999).

The unknowns in the coupled nonlinear system of equations (5), (6), (8) or (9), (16) and (17) are  $a_s$ ,  $H_j$ ,  $H_s$ ,  $L_t$  in  $Q_j$ . Velocity  $v_m$  is computed from one of the equations (10) to (14) and  $\alpha_v$  from (15). The nonlinear system of equations is solved numerically by the Newton-Raphson method (Carnahan et al., 1969).

### 3.3 NUMERICAL SOLUTION OF DISCRETE VAPOUR CAVITY EQUATIONS

A change of a discrete vapour cavity volume is obtained by a numerical integration of the continuity equation (7). Integration within the staggered grid of the method of characteristics gives (Wylie, 1984; Simpson & Bergant, 1994):

The liquid or liquid-vapour mixture inflow and outflow are computed either by the water hammer compatibility equations (8) or (9) ( $H_j = H_v$ ) or by the equation for the liquid-vapour mixture (one of (10) to (14)).

### 3.4 DISCRETE CAVITY MODEL

Discrete cavity model allows cavities to form at boundary and interior pipeline computational sections when the pressure drops to the liquid-vapour pressure. A liquid flow between the computational sections is assumed. The continuity equation (18) for the discrete cavity at the computational section is coupled with the water hammer compatibility equations (8) and (9) ( $H_j = (H_v)_j$ ). The liquid flow at a section is re-established when the cavity collapses as a result of negative cavity volume. The standard water hammer solution using equations (8) and (9) proceeds until the pressure drops to the liquid-vapour pressure. The cause of the unrealistic pressure amplitudes and phase shifts as computed by



časovnem poteku tlakov (višin), dobljenih z obravnavanim diskretnim kavitacijskim modelom izvirajo iz aproksimativnega opisa kontinuiranega kavitacijskega toka (Bergant, 1992). Opis diskretnih kavitacij in kontinuiranega kavitacijskega toka po tem modelu je identičen.

Izboljšani diskretni kavitacijski model, z bolj natančnim obravnavanjem nastanka in zrušitve kavitacije, vgrajen v deltoidno mrežo metode karakteristik poimenujemo modificirani kavitacijski model (MDKM (Bergant, 1992)). Obravnavani model daje zadovoljive rezultate, kadar omejimo število cevnih odsekov (največji volumen diskretne kavitacije naj ne presega 10 odstotkov volumna cevnega odseka (Simpson & Bergant, 1994)). Dodatek plina v parno kavitacijo zaduši nerealne tlačne pulze (plinski kavitacijski razmernik  $\alpha_g \leq 10^{-7}$  (Wylie, 1984)). V prispevku je Wyliev model modificiran z vgraditvijo diskretnih parnih kavitacij ob robnih pogojih (ventil) in upoštevanju samo kapljevinskega toka v vozlišču ob rezervoarju. Modificirani model imenujemo splošni diskretni kavitacijski model (SDKM (Bergant, 1992)).

### 3.5 KOMBINIRANI KAVITACIJSKI MODEL

Kombinirani kavitacijski model (KKM (Bergant, 1992; Bergant & Simpson, 1992)) zajema izrecni popis diskretnih kavitacij in področij kontinuiranega kavitacijskega toka. Modificirani diskretni kavitacijski model (MDKM), ki ob uporabi deltoidne mreže metode karakteristik oblikuje diskretne kavitacije robnih pogojev (ventil) in v numeričnih vozliščih vzdolž cevovoda, je podlaga za postavitev kombiniranega kavitacijskega modela. Analitično-numerični modul za obravnavanje kontinuiranega kavitacijskega toka in numerični modul za obravnavanje kompresijskega skoka, sta temeljna elementa v transformaciji modificiranega kavitacijskega modela v kombinirani kavitacijski model.

Rezultati matematično-fizikalne in eksperimentalne analize indicirajo (Bergant, 1992; Bergant & Simpson, 1999), da kombinirani kavitacijski model, v primerjavi z diskretnimi kavitacijskimi modeli, bolj natančno reproducira fizikalno sliko kavitacijskega toka. To bomo pokazali tudi v tem prispevku.

the discrete vapour cavity model has been attributed to the approximate description of the distributed vaporous cavitation zones (Bergant, 1992). The model describes the discrete cavities and vaporous cavitation zones in the same manner.

An improved (modified) discrete vapour cavity model (MDKM) including a more concise description of the cavity growth and decay within the staggered grid of the method of characteristics has been developed (Bergant, 1992). The MDKM gives reasonably accurate results when the number of computational reaches is restricted (the maximum cavity size should be less than 10% of the computational reach size (Simpson & Bergant, 1994)). The unrealistic pressure spikes can be suppressed when a small gas void fraction ( $\alpha_g \leq 10^{-7}$  (Wylie, 1984)) is selected. A modified (generalized) Wylie's model, in which a gas cavity at the valve is replaced by a vapour cavity, and liquid flow is assumed at the reservoir section, has been developed (SDKM (Bergant, 1992)).

### 3.5 INTERFACE VAPOROUS CAVITATION MODEL

The interface vaporous cavitation model (KKM (Bergant, 1992; Bergant & Simpson, 1992)) explicitly describes discrete cavities and vaporous cavitation regions. The modified discrete vapour cavity model (MDKM) algorithm, which allows cavities to form at computational sections within the staggered grid of the method of characteristics, has been used as a basis for the development of the interface vaporous cavitation model. The incorporation of numerical modules for the description of vaporous cavitation zones and interfaces (shock waves) are two important features in modifying the discrete cavity model.

Results from the numerical and experimental analysis (Bergant, 1992; Bergant & Simpson, 1999) showed an improved performance of the interface vaporous cavitation model with comparison to the discrete cavity model. The same conclusions are expected to be drawn in this paper.

#### 4. PREIZKUSNA POSTAJA

Preizkusna postaja za raziskave kavitacijskega toka med prehodnimi režimi v cevnih sistemih je instalirana v Robinovem hidravličnem laboratoriju univerze v Adelaidi, Avstralija (Bergant, 1992; Bergant & Simpson, 1995). Merilna postaja je sestavljena iz cevovoda z nagibom (bakrena cev; premer  $D = 0,022$  m, dolžina  $L = 37,2$  m, kot nagiba cevovoda  $\theta = 3,2^\circ$ ), priključenega na tlačni rezervoar z leve in tlačni rezervoar z desne strani - glej sliko 1. Največji tlak v cevovodu je 5 MPa, v tlačnih kotlih pa 0,69 MPa. Izbrano dolžino cevovoda določajo prostorske dimenzije laboratorija in zahteve po najmanjših energijskih izgubah v sistemu. Prehodni pojav je induciran z zapiranjem kroglastega zasuna. Ventil je lahko instaliran ob tlačnih rezervoarjih ali v sredini cevovoda. Lokacija vgradnje ventila in smer pretoka v cevovodu omogočata simuliranje poljubnega tipa hidravličnega sistema (pretočni sistem hidroelektrarne, črpalni sistem). Ventil je zaprt ročno ali s pomočjo zapiralnega mehanizma na torzijsko vzmet ( $t_c < 0,01$  s). Smer pretoka vode v cevovodu je poljubna glede na tlačno razliko v obeh rezervoarjih. To omogoča študij razmer v cevovodu s pozitivnim in negativnim nagibom. Elektronska regulacija tlaka v kotlih omogoča izbiro poljubne pretočne hitrosti in statične višine. Nastavitev parametrov je omejena z zmogljivostjo rezervoarjev in kompresorja. Pretočni medij v sistemu je demineralizirana voda.

Merjene stacionarne veličine so tlak v obeh rezervoarjih, barometerski tlak in temperatura zraka. Veličine, merjene v odvisnosti od časa, so tlak na treh ekvidistantnih mestih vzdolž cevovoda (tlačno zaznavalo Kistler 610 B), odprtje ventila in temperatura vode v sistemu. Meritev časovno odvisnih veličin je registrirana s pomočjo merilnega računalnika Concurrent 6655, z vgrajenim analogno/digitalnim (A/D) pretvornikom. Stacionarna pretočna hitrost v cevovodu je dobljena z volumetrično metodo in metodo vodnega udara. Hitrost zvoka je določena s časom potovanja primarnega udarnega vala od ventila do tlačnih zaznaval. Ob ventilu je vgrajen fleksibilni transparentni blok (polikarbonat), ki je aktivne dolžine 0,12 m.

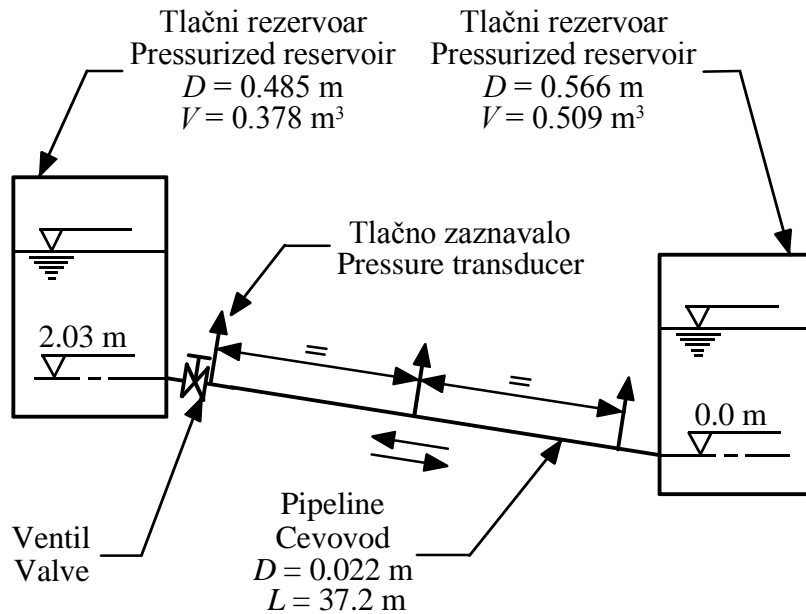
#### 4. EXPERIMENTAL APPARATUS

An experimental apparatus for investigating transient cavitating flow in pipelines is installed in the Robin Hydraulic Laboratory at the University of Adelaide, Australia (Bergant, 1992; Bergant & Simpson, 1995). The apparatus is comprised of a sloping pipeline (copper pipe of diameter  $D = 0.022$  m, length  $L = 37.2$  m, pipe slope  $\theta = 3.2^\circ$ ) connecting two pressurized tanks (reservoirs) - see Figure 1. The design pressure of the pipeline is 5 MPa, and of the two tanks is 0,69 MPa. Spatial dimensions of the laboratory and required minimum energy losses governed the selection of the pipeline length in the system. The transient event is initiated by the closure of the ball valve. The valve can be located at either reservoir or at the midpoint of the pipeline. The variable position of the valve and the arbitrary direction of the initial flow velocity provide the simulation of various types of pipe configurations (hydroelectric power plant, pumping system). The valve is closed manually by hand, or it is closed by a torsional spring actuator ( $t_c < 0.01$  s). A specified pressure in each of the tanks governs the direction of the steady-state flow velocity in a pipeline; thus, investigation of transient events in either an upward or a downward sloping pipeline can be performed. The specified initial flow velocity and head are adjusted by a pressure control system. However, the net water volume in the two tanks and the capacity of the air compressor limit adjustment of these parameters. Demineralized water was used as the fluid.

The measured steady-state quantities are the pressure in each reservoir, barometric pressure, and ambient temperature. Time-dependent quantities are the pressures at three equidistant points along the pipeline (Kistler 610 B pressure transducers), the valve opening, and the water temperature in the pipeline. Data acquisition and processing are performed with a Concurrent 6655 real-time UNIX data acquisition computer. The steady-state velocity in the pipeline is measured by the volumetric method and the water hammer method. The water hammer wave speed is obtained from the measured time for the wave to travel between the closed valve and the quarter point nearest the valve. A flexible flow visualization block (polycarbonate) of 0.12 m

Prosojna sekcijska omogoča opazovanje in snemanje kavitacijskega toka s hitrosnemalnim videom Kodak Ektapro 1000 (Bergant & Simpson, 1996). Merilne napake so obdelane v poročilu (Bergant in Simpson, 1995).

active length is positioned at the valve. A high-speed video Kodak Ektapro 1000 was used to photograph the transient cavitating flow (Bergant & Simpson, 1996). The uncertainties in measurements are given in a report by Bergant and Simpson (1995).



Slika 1. Preizkusna postaja.  
 Figure 1. Experimental apparatus.

## 5. PRIMERJAVA REZULTATOV IZRAČUNA IN MERITEV

Primerjava rezultatov izračuna z meritvami tlaka zagotavlja podlago za verifikacijo postavk v razvitih kavitacijskih modelih (MDKM, SDKM, KKM). V prispevku obravnavamo primer zapiranja ventila, ki je vgrajen na nizvodnem koncu cevododa s pozitivno strmino (glej sliko 1). Pretočni pogoji so:

- stacionarna pretočna hitrost  $v_0 = 1,50$  m/s,
- višina v gorvodnem tlačnem kotlu  $H_{ur} = 22$  m,
- čas zapiranja ventila  $t_c = 0,009$  s,
- hitrost širjenja udarnih valov  $a = 1319$  m/s.

V numerični analizi smo izbrali naslednje parametre:

- število cevnih odsekov  $N = 16$ ,
- utežni koeficient  $\psi = 1$ ,
- plinski kavitacijski razmernik v SDKM  $\alpha_g = 10^{-7}$ .

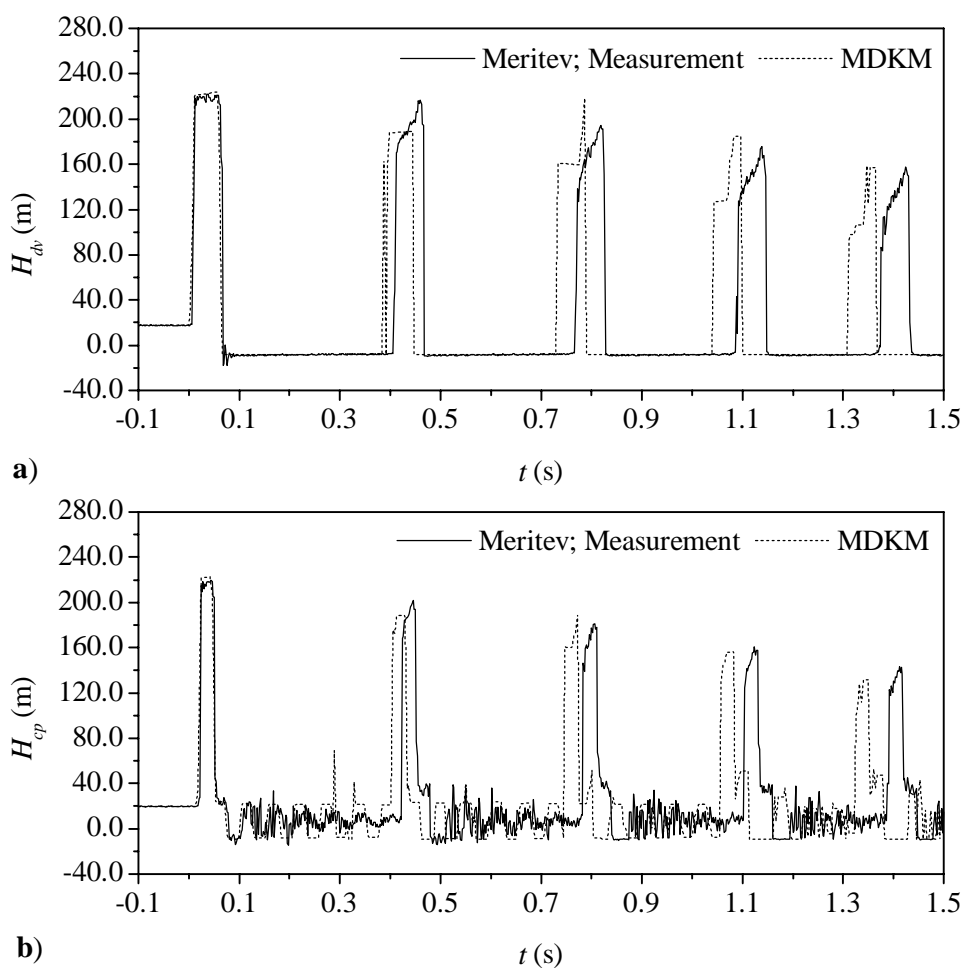
## 5. COMPARISON OF COMPUTATIONAL AND EXPERIMENTAL RESULTS

A comparison of computational and experimental pressures serves as a basis for the verification of the proposed column separation models (MDKM, SDKM, KKM). The paper deals with a rapid closure of the valve positioned at the downstream end of the upward sloping pipe (see Figure 1). The flow conditions are:

- initial steady-state flow velocity  $v_0 = 1.50$  m/s,
- head in upstream end reservoir  $H_{ur} = 22$  m,
- valve closure time  $t_c = 0.009$  s,
- water hammer wave speed  $a = 1319$  m/s.

The selected parameters in numerical analysis are:

- number of reaches in pipeline  $N = 16$ ,
- weighting factor  $\psi = 1$ ,
- gas void fraction in SDKM  $\alpha_g = 10^{-7}$ .



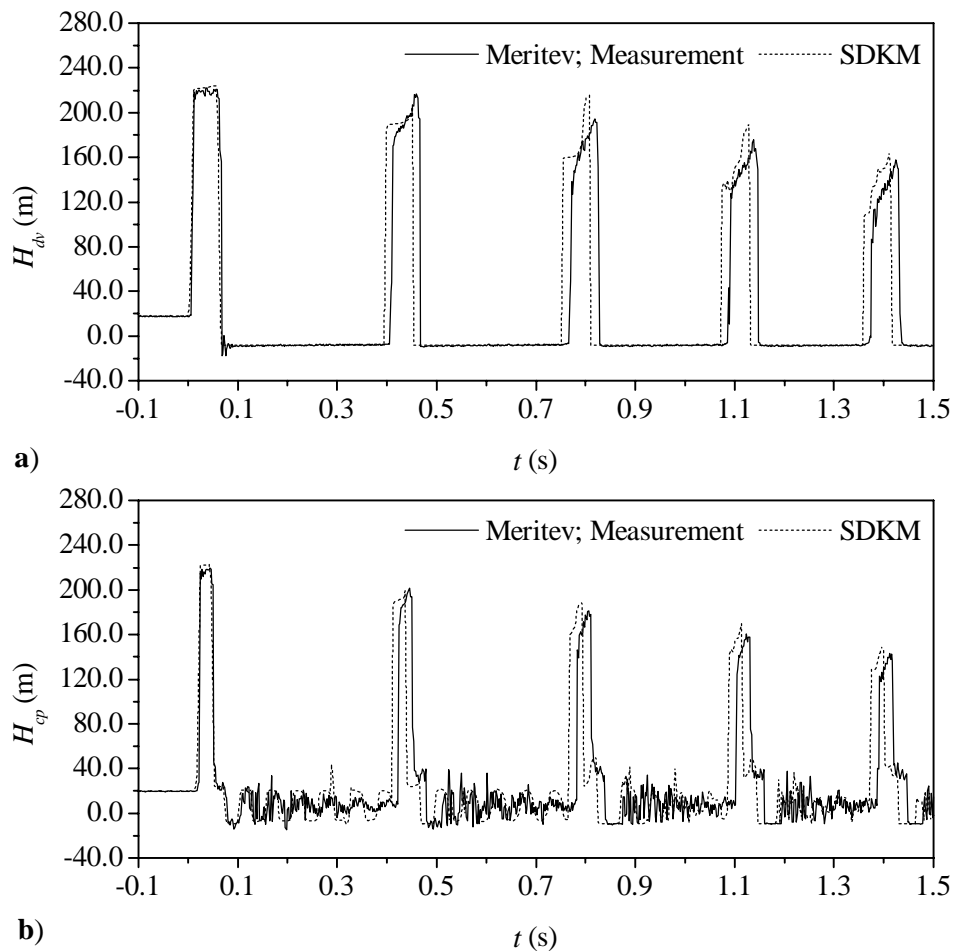
Slika 2. Primerjava izmerjenih in po MDKM izračunanih višin  $H_{dv}$  pri ventilu in  $H_{cp}$  na polovici dolžine cevovoda.  
 Figure 2. Comparison of measured and MDKM computed heads  $H_{dv}$  at the valve and  $H_{cp}$  at the midpoint of the pipeline.

Izmerjeni tlaki so podani kot piezometrične višine (višine) z osnovnico na vrhu cevi priključene na gorvodni rezervoar (kota 0,0 m na sliki 1). Primerjamo časovni potek ( $t$ ) piezometričnih višin na gorvodni strani hitro zapornega ventila  $H_{dv}$  in polovici dolžine cevovoda  $H_{cp}$ . Višini sta izmerjeni s pomočjo piezoelektričnih tlačnih zaznaval Kistler 610 B. Višina ob gorvodnem tlačnem rezervoarju  $H_{ur}$  je konstantna. Dodatno izmerjeni višini na četrтинah dolžine cevovoda s pomočjo induktivnih tlačnih zaznaval Druck PDCR 810 sta podobni višini na polovici dolžine cevovoda. Izmerjeni in izračunani piezometrični višini pri ventilu  $H_{dv}$  in na polovici dolžine cevovoda  $H_{cp}$  sta primerjani na sliki 2 za MDKM, sliki 3 za SDKM in sliki

Measured pressures are presented as piezometric heads (heads) with a datum level at the top of the pipe at the upstream end reservoir (elevation 0.0 m in Figure 1). The temporal behaviour ( $t$ ) of piezometric heads at the valve  $H_{dv}$  and at the midpoint of the pipeline  $H_{cp}$  is compared. The two heads are measured by the Kistler 610 B piezoelectric pressure transducers. The head adjacent to the upstream reservoir is the reservoir head  $H_{ur}$ . Supplementary measurements of heads at the two quarter points by the Druck PDCR 810 strain-gauge pressure transducers show similar behaviour to the results at the midpoint. The measured and computed piezometric heads at the valve  $H_{dv}$  and at the midpoint  $H_{cp}$  are compared in Figure 2 for MDKM, in Figure 3 for SDKM, and in Figure 4 for KKM. The

4 za KKM. Največja višina v cevni sistemu je višina vodnega udara pri ventilu. Najmanjša višina vzdolž cevovoda je enaka parni tlačni višini kapljevine. Izračunani čas eksistence prve diskretne kavitacije pri ventilu ( $t = 0,321$  s za MDKM;  $t = 0,331$  s za SDKM;  $t = 0,329$  s za KKM) se razlikuje od izmerjenega časa ( $t = 0,339$  s). Za drugo, tretje in četrto pretrganje vodnega stebra pri ventilu pa se izmerjeni in izračunani časi eksistence kavitacije dobro ujemajo. Izračunani in izmerjeni tlačni pulzi, ki sekvenčno sledijo nastanku in zrušitvi diskretne kavitacije pri ventilu (slike 2a, 3a in 4a) in kondenzaciji kombiniranih področij kontinuiranega kavitacijskega toka in diskretnih kavitacij vzdolž cevovoda v kapljevinski fazi (slike 2b, 3b in 4b), se ujemajo v zadovoljivi meri.

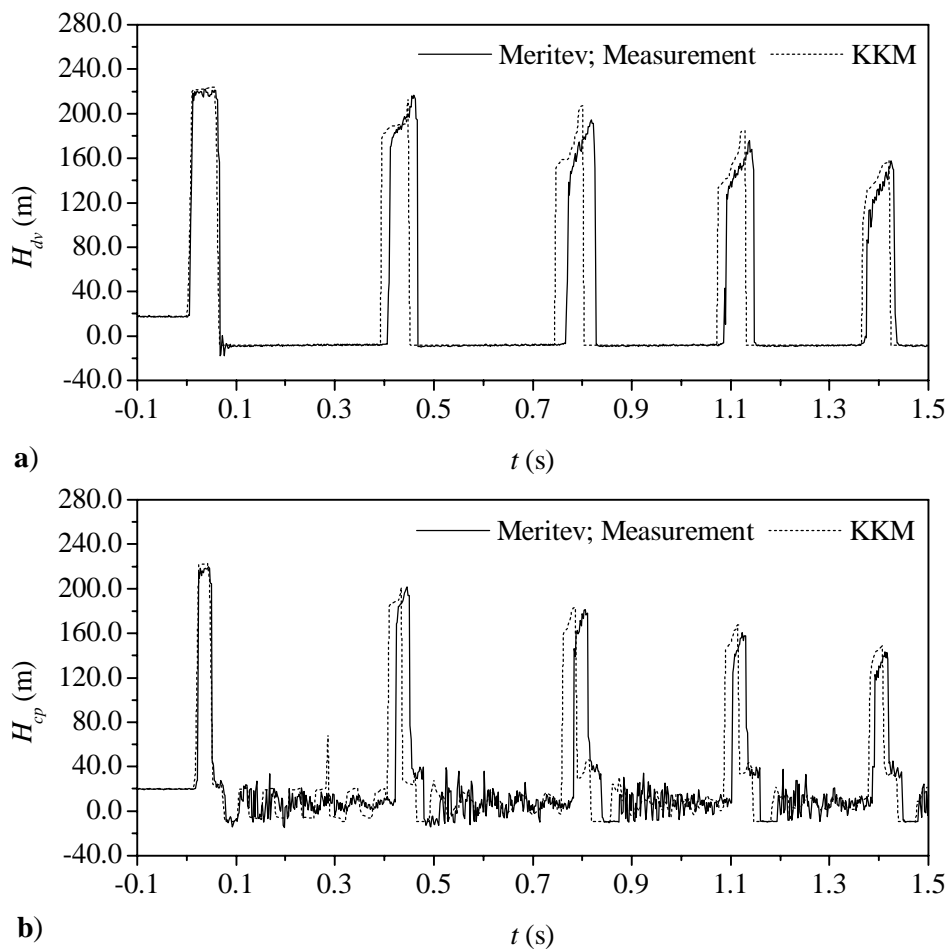
maximum head in the pipeline is the water hammer head at the valve. The minimum head along the pipeline is the liquid-vapour pressure head. The computed duration of the first cavity at the valve ( $t = 0,321$  s for MDKM;  $t = 0,331$  s for SDKM;  $t = 0,329$  s for KKM) differs from the measured time ( $t = 0,339$  s). There is a good match between the measured and computed duration of the cavity for the second, third and fourth column separation at the valve. There is a reasonable agreement between the computed and measured pressures induced by the collapse of a large discrete cavity at the valve (Figures 2a, 3a and 4a), and pressures induced by the condensation of vaporous cavitation zones and the collapse of discrete vapour cavities along the pipeline (Figures 2b, 3b and 4b).



Slika 3. Primerjava izmerjenih in po SDKM izračunanih višin  $H_{dv}$  pri ventilu in  $H_{cp}$  na polovici dolžine cevovoda.  
 Figure 3. Comparison of measured and SDKM computed heads  $H_{dv}$  at the valve and  $H_{cp}$  at the midpoint of the pipeline.

Primerjava rezultatov izračuna in meritev pokaže, da se rezultati, dobljeni s KKM v splošnem najbolj ujemajo z meritvami. Dodatek najmanjše količine plina (zraka) v diskretnih kavitacijah zaduši intenziteto visokofrekvenčnih tlačnih pulzov, ustvarjenih z MDKM. KKM v primerjavi z diskretnima kavitacijskima modeloma (MDKM, SDKM) bolj natančno podaja fizikalno sliko kavitacijskega toka.

The KKM model gives the best results. A small amount of gas which is added to the discrete vapour cavity attenuates the high-frequency pressure spikes generated by the MDKM. The KKM describes transient cavitating flow more accurately than the two discrete cavity models (MDKM, SDKM).



Slika 4. Primerjava izmerjenih in po KKM izračunanih višin  $H_{dv}$  pri ventilu in  $H_{cp}$  na polovici dolžine cevovoda.  
Figure 4. Comparison of measured and KKM computed heads  $H_{dv}$  at the valve and  $H_{cp}$  at the midpoint of the pipeline.

## 6. ZAKLJUČKI

Prispevek zajema fizikalne temelje kavitacijskega toka pri parnem tlaku kapljevine med prehodnimi režimi v cevni sistemih (pretrganje kapljevinskega stebra). Kavitacijski tok je popisan z enačbami faznih stanj, ki jih rešujemo z analitičnimi in numeričnimi metodami. Metode reševanja enačb so vgrajene v diskretni in kombinirani kavitacijski model. Meritve vodnega udara in pretrganja vodnega stebra smo izvedli v preizkusni postaji. Prehodni pojavi nastanejo zaradi hitrega zapiranja dolvodnega ventila. Primerjava rezultatov izračuna in meritev pokaže, da se rezultati, dobljeni s KKM, v splošnem najbolj ujemajo z meritvami. Sklepamo, da razlike med rezultati izračuna z obravnavanimi kavitacijskimi modeli in meritev izvirajo iz aproksimativnega opisa področij kontinuiranega kavitacijskega toka in diskretnih kavitacij. Odstopanja v manjši meri izvirajo tudi iz diskretizacije v numeričnem modelu ( $\Delta t = L/(aN) = 37,2/(1319 \times 16) = 0,00176$  s), aproksimacije nestacionarnega koeficienta trenja kapljevine s stacionarnim Darcy-Weisbachovim koeficientom trenja  $\lambda$  (Bergant & Simpson, 1994) in merilne negotovosti (Bergant & Simpson, 1995).

## 6. CONCLUSIONS

The paper deals with the description of the transient cavitating flow in piping systems (liquid-column separation). Column separation is described by a set of equations representing a particular liquid phase. The analytical and numerical methods for solving these equations are integrated into discrete cavity and interface vaporous cavitation models. Water hammer and column separation measurements were performed in a laboratory apparatus. The transient event was initiated by a rapid closure of the downstream end valve. The KKM model results fit the experimental results most accurately. The basic source of discrepancies between the computed and measured results originates from the approximate modelling of the vaporous cavitation zones and the discrete cavities along the pipeline. In addition, discrepancies may be also attributed to discretization in the numerical models ( $\Delta t = L/(aN) = 37.2/(1319 \times 16) = 0.00176$  s), the unsteady friction coefficient being approximated as a steady-state Darcy-Weisbach friction coefficient  $\lambda$  (Bergant & Simpson, 1994), and uncertainties in the measurement (Bergant & Simpson, 1995).

## VIRI - REFERENCES

- Bergant, A. (1992). Kavitacijski tok med prehodnimi režimi v cevni sistemih (Transient cavitating flow in piping systems). PhD Thesis, University of Ljubljana, Ljubljana (Slovenia), in Slovene.
- Bergant, A., Simpson, A.R. (1992). Interface model for transient cavitating flow in pipelines. *Unsteady flow and fluid transients*, R. Bettess and J. Watts, eds., A.A. Balkema, Rotterdam, 333 - 342.
- Bergant, A., Simpson, A.R. (1994). Estimating unsteady friction in transient cavitating pipe flow. *Water pipeline systems*, D.S. Miller, ed., Mechanical Engineering Publications, London, 3 - 16.
- Bergant, A., Simpson, A.R. (1995). Water hammer and column separation measurements in an experimental apparatus. *Report No. R128*, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Adelaide.
- Bergant, A., Simpson, A.R. (1996). Vizualizacija kavitacijskega toka med prehodnimi režimi v cevni sistemih - Visualisation of transient cavitating flow in pipelines. *Strojniški vestnik - Journal of Mechanical Engineering*, **42(1-2)**, 1 - 16.
- Bergant, A. and Simpson A.R. (1999). Pipeline column separation flow regimes. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, **125(8)**, 835 - 848.
- Carnahan, B., Luther, H.A., and Wilkes, J.O. (1969). *Applied numerical methods*. John Wiley and Sons, New York, USA.

- Simpson, A.R. (1986). Large water hammer pressures due to column separation in a sloping pipe, PhD Thesis, University of Michigan, Ann Arbor, USA.
- Simpson, A.R., Bergant, A. (1994). Numerical comparison of pipe column-separation models. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, **120(3)**, 361 - 377.
- Streeter, V.L. (1969). Water hammer analysis. *Journal of the Hydraulic Division*, ASCE, 95(6), 1959 - 1972.
- Streeter, V.L. (1983). Transient cavitating pipe flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 109(11), 1408 - 1423.
- Wylie, E.B. (1984). Simulation of vaporous and gaseous cavitation. *Journal of Fluids Engineering*, ASME, 106(3), 307 - 311.
- Wylie, E.B., Streeter, V.L. (1993). *Fluid transients in systems*. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, USA.

## OZNAKE - NOTATION

$A$	prečni prerez,	pipe area;
$a$	hitrost širjenja udarnih valov v kapljevini,	water hammer wave speed;
$a_s$	hitrost širjenja kompresijskega skoka,	shock wave speed;
$B_M, B_P$	konstanti v kontinuitetnih enačbah vodnega udara,	known constants in water hammer compatibility equations;
$C_M, C_P$	konstanti v kontinuitetnih enačbah vodnega udara,	known constants in water hammer compatibility equations;
$D$	premer cevododa,	pipe diameter;
$g$	zemeljski pospešek,	gravitational acceleration;
$H$	piezometrična višina (višina): $H=p/(\rho g)+z=h+z,$	piezometric head (head): $H=p/(\rho g)+z=h+z,$
$H_{cp}$	višina na polovici dolžine cevododa,	head at the midpoint;
$H_{dv}$	višina pri ventilu (gorvodna stran),	head at the valve (upstream end);
$H_s$	višina na gorvodni strani kompresijskega skoka,	head on the water hammer side of the shock wave front;
$H_{sv}$	višina na dolvodni strani kompresijskega skoka,	head on the distributed vaporous cavitation side of the shock wave front;
$H_{ur}$	višina v gorvodnem tlačnem rezervoarju,	head in upstream end reservoir;
$H_v$	višina pri parnem tlaku kapljevine,	liquid-vapour head;
$h$	tlačna višina,	pressure head;
$j$	številka vozlišča,	number of computational section;
$k$	številka cevnega odseka,	number of computational reach;
$L$	dolžina cevododa,	pipe length;
$N$	število cevnih odsekov,	number of reaches in pipeline;
$p$	tlak,	pressure;
$Q$	pretok, pretok iz vozlišča,	discharge, discharge at the downstream side of the computational section;
$Q_u$	pretok v vozlišče,	discharge at the upstream side of the computational section;
$t$	čas,	time;
$t_c$	čas zapiranja ventila,	valve closure time;
$t_i$	čas nastopa kavitacije,	time of cavitation inception;
$t_{in}$	čas nastopa diskretne kavitacije,	time of inception of the discrete vapour cavity;



$t_r$	čas zaustavitve pretoka,	time of flow reversal in liquid-vapour mixture zone;
$V$	volumen,	volume;
$V_{vc}$	volumen diskretne kavitacije,	discrete vapour cavity volume;
$v$	pretočna hitrost, hitrost iz vozlišča,	flow velocity, velocity at the downstream side of the vapour cavity;
$v_m$	pretočna hitrost homogene zmesi kapljevine in parnih kavitacij (mehurčkov),	liquid-vapour mixture velocity;
$v_{mi}$	začetna kavitacijska hitrost,	inception velocity of liquid-vapour mixture;
$v_{mt}$	gravitacijska hitrost,	terminal velocity in the distributed cavitation region;
$v_u$	hitrost v vozlišče,	velocity at the upstream side of the vapour cavity;
$v_0$	stacionarna pretočna hitrost,	initial flow velocity;
$x$	koordinata,	distance;
$z$	geodetska višina,	pipeline elevation;
$\alpha_g$	plinski kavitacijski razmernik,	gas void fraction;
$\alpha_v$	parni kavitacijski razmernik,	void fraction of vapour;
$\Delta t$	časovni korak,	time step;
$\Delta x$	dolžina cevnega odseka,	reach length;
$\theta$	strmina cevovoda,	pipe slope;
$\lambda$	Darcy - Weisbachov koeficient trenja,	Darcy-Weisbach friction factor;
$\rho$	gostota tekočine,	liquid density; and
$\psi$	utežni koeficient.	weighting factor.

### **Naslov avtorja - Author's Address**

*doc.dr. Anton Bergant*  
Litostroj E.I. d.o.o.  
Litostrojska 40, SI - 1000 Ljubljana  
Email: anton.bergant@litostroj-ei.si