

UDK/UDC: 519.673:626.882(497.4)

Prejeto/Received: 13.11.2020

Izvirni znanstveni članek – Original scientific paper

Sprejeto/Accepted: 30.11.2020

MATEMATIČNO MODELIRANJE TOKA V RIBJIH STEZAH Z VERTIKALNIMI REŽAMI

MATHEMATICAL MODELING OF FLOW IN VERTICAL SLOT FISHWAYS

Martin Bombač¹, Gašper Rak², Gorazd Novak²

¹ Inštitut za hidravlične raziskave, Hajdrihova 28, Ljubljana, Slovenija

² Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Univerza v Ljubljani, Jamova 2, Ljubljana, Slovenija

Izvleček

Izgradnja rečnih pregrad pomeni prekinitev nujno potrebnih migracijskih poti za ribe in druge vodne organizme za ohranitev populacij vzdolž vodotokov. Eden izmed omilitvenih ukrepov ob takšnih posegih v rečno telo je izgradnja ribje steze, po kateri vodni organizmi predvsem ob času drsti migrirajo ob sami pregradi. V članku so podrobno prikazani numerični parametri matematičnega modela PCFLOW2D, ki se je ob ustreznih nastavitvah izkazal kot ustrezno orodje za projektiranje ribjih stez z vertikalnimi režami. Prikazana je analiza vpliva geometrijskih in numeričnih parametrov na izračun tokovne slike. Podrobno so prikazane meritve toka v že zgrajeni ribji stezi ob hidroelektrarni Arto-Blanca, na podlagi katerih je bil matematični model validiran. Prikazani so rezultati izračunov za različne vzdolžne padce ribje steze. Poleg največjih hitrosti in pretoka so bili analizirani še drugi pomembni hidravlični parametri, ki vplivajo na prehodnost ribje steze, kot sta hitrostno polje in porazdelitev disipacije turbulentne kinetične energije znotraj posameznega prekata ribje steze.

Ključne besede: matematično modeliranje, ribja steza z vertikalnimi režami, turbulenca, hitrostno polje, disipacija turbulentne kinetične energije

Abstract

River dams interrupt essential migration routes of fish and other aquatic organisms. One of the most important mitigation measures that enable aquatic fauna to migrate, especially during spawning, are fishways. The paper presents all the main results of the numerical model PCFLOW2D, which proved to be a useful tool in designing a vertical slot fishway (VSF). The presented analysis includes the quantification of the effect of various numerical and geometrical parameters. Extensive field measurements of flow characteristics in the operating fishway at the hydro power plant Arto-Blanca, which are employed for the model's validation, are discussed as well. The results of simulations for various longitudinal slopes of the VSF are presented. In addition to

¹ Stik / Correspondence: martin.bombac@hidroinstitut.si

© Bombač M. et al.: Vsebina tega članka se sme uporabljati v skladu s pogoji [licence Creative Commons Priznanje avtorstva – Nekomercialno – Deljenje pod enakimi pogoji 4.0](#).

© Bombač M. et al.: This is an open-access article distributed under the terms of the [Creative Commons Attribution – NonCommercial – ShareAlike 4.0 Licence](#).

<https://doi.org/10.15292/acta.hydro.2020.07>

maximum flow velocities and discharge, other important hydraulic parameters affecting fishway efficiency were analyzed, such as velocity field and distribution of turbulent kinetic energy dissipation.

Keywords: mathematical modeling, vertical slot fishway, turbulence, velocity field, turbulent kinetic energy dissipation

1. Uvod

Z izgradnjo rečnih pregrad in zaježitvijo reke se prekinejo migracijske poti vodnih organizmov. Tekom življenja vodni organizmi potrebujejo različna življenjska okolja za drst, prehranjevanje in prezimovanje, zato so selitve proces, ki jim omogoča preživetje. Eden od ukrepov, ki omogoča selitev iz enega habitata v drugega in s tem ohranjanje vzdolžne biološke – ihtiološke povezanosti in biotske raznovrstnosti vodotoka, je izgradnja ribje steze (Ciuha et al., 2017). Ohranjanje biotske raznovrstnosti je tudi eden pglavilnih ciljev Okvirne vodne direktive (Water Framework Directive; RL 2000/60/EC).

Prvi zapisi o gradnji ribjih stez segajo v 17. stoletje v Francijo (Katopodis in Rajaratnam, 1983). To so bile enostavne ribje steze, zgrajene v obliki strmih, širokih kanalov, katerih dno je bilo dodatno hrapljano z vejami, povezanimi v snope. Večje potrebe po gradnji ribjih stez so se pojavile v drugi polovici 19. stoletja s pričetkom gradnje jezov za potrebe izkoriščanja hidroenergije (Kamula, 2001). Razvili so se različni tipi ribjih stez, od tistih bolj tehničnih do sonaravno urejenih obtočnih kanalov.

V raziskavi smo se osredotočili na tehnični tip ribje steze z vertikalnimi režami, kar se je v več primerih izkazalo za zelo primerno rešitev nadomestne prehodnosti za ribe (Bermúdez et al., 2010; Marriner et al., 2016; Puertas et al., 2012; Rodriguez et al., 2006; Silva et al., 2020). Za ribje steze z vertikalnimi režami je značilno, da so zgrajene kot betonski kanal z vzdolžnim padcem I_0 , z vertikalnimi stenami (rebri) pa je kanal razdeljen na več prekatov. Prekatni steni tvorita vertikalno režo po vsej višini prekata, na območju katere pride do padca gladine med sosednjima prekatoma Δh . Prekatne stene imajo funkcijo hidravličnega upora, v območju katerih se kompenzira višinska razlika med nivojem gladine v akumulaciji in vodostajem vodotoka pod pregrado. Na sliki 1 je prikazan

primer ribje steze z vertikalnimi režami na fizičnem modelu v pomanjšanem merilu.



Slika 1: Primer ribje steze z vertikalnimi režami. Fizični model v pomanjšanem merilu 1 : 4,4.

Figure 1: Example of a vertical slot fishway. Physical model on a scale of 1 : 4.4

V preteklosti so bile izvedene številne raziskave tako na fizičnih hidravličnih modelih (Rajaratnam et al., 1986, 1992; Tan et al., 2018; Tarrade et al., 2011), z 2D matematičnimi modeli (Bermúdez et al., 2010; Bombač et al., 2017; Cea et al., 2007, Chorda et al., 2010; Violeau, 2012), kot tudi s 3D matematičnimi modeli (Duguay et al., 2017; Novak et al., 2019; Sanagiotto et al., 2019). Z meritvami na fizičnih hidravličnih modelih in na prototipih (Bombač et al., 2015) je bilo dokazano, da je tok v ribjih stezah z vertikalnimi režami praktično dvodimenzionalen. V svojih raziskavah so že Puertas et al., 2004 in Rajaratnam et al., 1992

pokazali, da je hitrostna slika toka v ribjih stezah z vertikalnimi režami odvisna predvsem od geometrijskih karakteristik prekata in ne toliko od pretoka Q oziroma globine vode h v njej. Pomembne značilnosti toka, ki vplivajo na prehodnost ribje steze, so maksimalna hitrost vode v ribji stezi v_{max} , višinska razlika med posameznimi prekati Δh , globina vode h ter turbulentna kinetična energija k in njena disipacija ε (Clay, 1995; Powers et al., 1984; Enders et al., 2003).

V članku je prikazana podrobna analiza vpliva posameznih parametrov matematičnega modela PCFLOW2D, ki vplivajo na pravilnost izračunov. Prikazane so detajlne meritve hitrostnega polja na

prototipu HE Arto-Blanca, ki so služile za validacijo uporabljenega matematičnega modela. S preizkušenim in validiranim matematičnim modelom so bili v nadaljevanju raziskave izvedeni izračuni za različne vzdolžne padce ribje steze.

2. Matematični model

Za izračun hidravličnih značilnosti toka v ribji stezi je bil uporabljen matematični hidravlični model PCFLOW2D, ki rešuje Reynoldsove časovno povprečene Navier-Stokesove enačbe za globinsko povprečen tok (Četina, 1988). Reynoldsove globinsko povprečene Navier-Stokesove enačbe se v konservativni obliki zapiše:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hv_x)}{\partial x} + \frac{\partial(hv_y)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(hv_x)}{\partial t} + \frac{\partial(hv_x^2)}{\partial x} + \frac{\partial(hv_x v_y)}{\partial y} = -gh \frac{\partial h}{\partial x} - gh \frac{\partial z_b}{\partial x} - ghn_g^2 \frac{v_x \sqrt{v_x^2 + v_y^2}}{h^{\frac{4}{3}}} + \frac{\partial}{\partial x} \left(hv_t \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(hv_t \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial(hv_y)}{\partial t} + \frac{\partial(hv_x v_y)}{\partial x} + \frac{\partial(hv_y^2)}{\partial y} = -gh \frac{\partial h}{\partial y} - gh \frac{\partial z_b}{\partial y} - ghn_g^2 \frac{v_y \sqrt{v_x^2 + v_y^2}}{h^{\frac{4}{3}}} + \frac{\partial}{\partial x} \left(hv_t \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(hv_t \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) \quad (3)$$

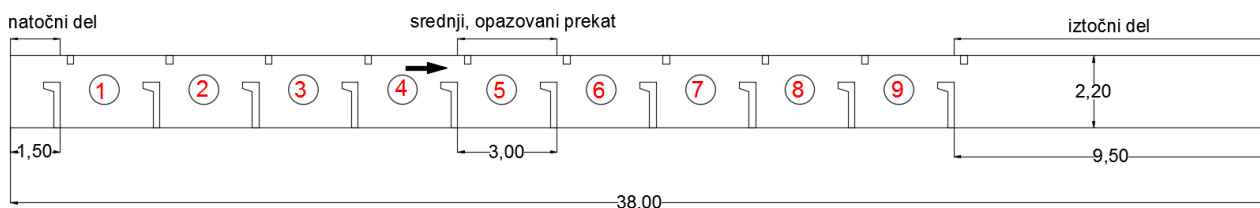
Kjer je h globina vode, v_x in v_y globinsko povprečni komponenti hitrosti v smeri x in y , g gravitacijski pospešek, z_b kota dna, n_g Manningov koeficient hrapavosti in v_t kinematični koeficient turbulentne viskoznosti.

Osnovna geometrija ribje steze je bila povzeta po načrtih že zgrajene ribje steze ob HE Arto-Blanca (Josipovič in Ciuha, 2009). Ribja steza je zgrajena v enakomernem vzdolžnem padcu $I_0 = 1,67 \%$, kar na razdalji enega prekata daje višinsko razliko $\Delta h = 0,05$ m. Takšna je tudi višinska razlika v gladini med sosednjima prekatoma.

Obseg matematičnega modela je prikazan na sliki 2. Modeliranih je bilo devet prekatov širine $W = 2,20$ m in dolžine $L = 3,00$ m, ki so med seboj ločeni z vertikalnimi rebri, ki tvorijo režo svetle odprtine $b_0 = 0,59$ m (slika 3). Za zagotovitev ustreznih

natočnih razmer je bil na gorvodnem delu dodan odsek dolžine 1,5 m ($0,5 \times L$), na dolvodnem delu pa izlivni odsek dolžine 9,5 m ($3,2 \times L$). Skupna dolžina hidravličnega modela je tako znašala 38,00 m. Izbrani obseg modela je zagotavljal, da so tokovne razmere v srednjem prekatu neodvisne od tokovne slike na dotoku in iztoku iz modela (hitrostna slika v srednjih prekatih je praktično enaka). Vsi rezultati, prikazani v nadaljevanju, so izvedeni v srednjem prekatu.

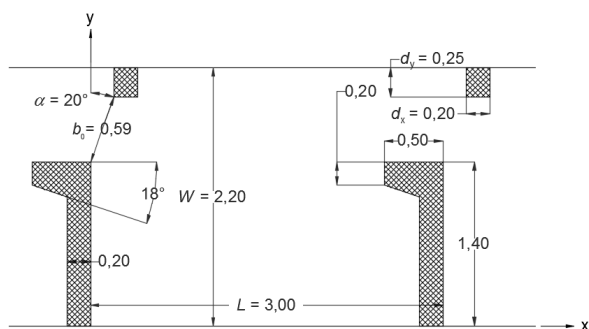
V fazi testnih izračunov je bil kot najprimernejši izbran časovni korak računa $\Delta t = 0,1$ s, ki zagotavlja numerično stabilnost in konvergenco. Največje Courantovo število je za izbrani časovni korak znašalo približno 10. Vse simulacije so se izvedle v trajanju 3600 s, ko se v ribji stezi že vzpostavijo stacionarne razmere.



Slika 2: Tlorisni pogled matematičnega modela ribje steze

Figure 2: Plan view of a numerical model of the fishway

Zgornji robni pogoj je predstavljal po prečnem prerezu enakomerno porazdeljen konstanten pretok (enakomerna vzdolžna hitrost v_x ter prečna hitrost $v_y = 0$). Spodnji robni pogoj, ki je v programu podan kot pretočna krivulja, je bil določen iteracijsko, in sicer tako, da je bila dosežena enaka globina vode v srednjih treh prekatih ribje steze. S tem so bile zagotovljene tudi enakomerne tokovne razmere v opazovanih prekatih.



Slika 3: Skica prekata modelirane ribje steze Arto-Blanca

Figure 3: Details of a pool of the modeled Arto-Blanca VSF

Vpliv preostalih numeričnih parametrov matematičnega modela, kot so velikost numerične mreže, Manningov koeficient hrapavosti in model turbulence, je podrobneje analiziran v nadaljevanju.

3. Občutljivostna analiza numeričnih parametrov matematičnega modela

V tem poglavju so prikazani rezultati občutljivostne analize numeričnih parametrov, ki jih je treba poznati in ustrezno upoštevati pri aplikaciji matematičnih modelov za izračun toka v ribjih stezah z vertikalnimi režami. Občutljivostna analiza je bila izvedena za primer pretoka $Q = 0,6 \text{ m}^3/\text{s}$. Ob tem je treba povedati, da je tokovna slika v ribji stezi

z vertikalnimi režami praktično neodvisna od pretoka oziroma globine vode (Cea et al., 2007).

3.1 Vpliv velikosti numerične mreže

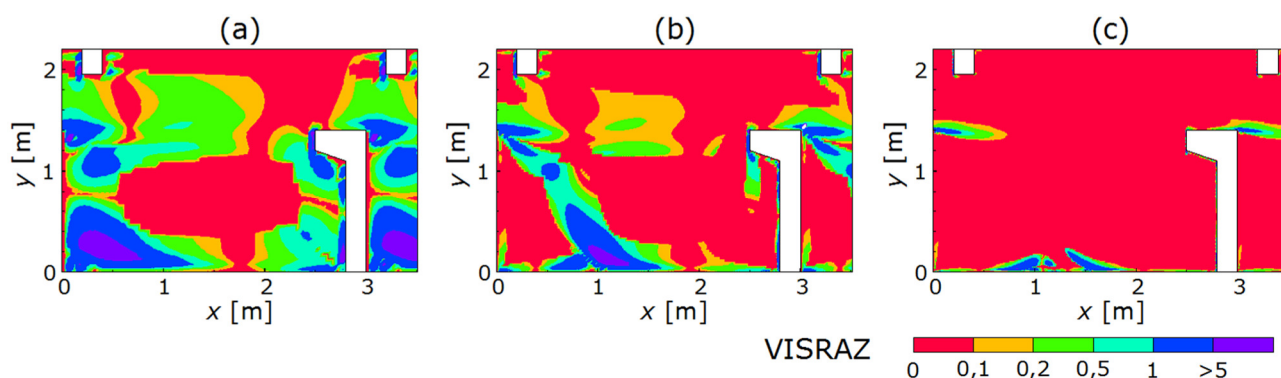
Da bi zagotovili rezultate, ki so neodvisni od velikosti numerične mreže, smo uporabili tri različno goste numerične mreže: $5,0 \times 5,0 \text{ cm}$, $2,5 \times 2,5 \text{ cm}$ in $1,0 \times 1,0 \text{ cm}$. Opravili smo občutljivostno analizo rezultatov na gostoto numerične mreže. Gostejša numerična mreža daje točnejše rezultate, vendar se s tem bistveno podaljšajo računski časi. Na izbiro velikosti numerične mreže močno vpliva numerična difuzija, ki jo v določenih točkah generira uporabljena numerična shema gorvodnih razlik (UPWIND), ki je del vgrajene hibridne sheme v programu PCFLOW2D. Pri vgrajeni hibridni shemi gre namreč za kombinacijo centralno-diferenčne sheme in sheme UPWIND (shema gorvodnih razlik) (Četina, 1988). Po kateri shemi bo hibridna shema formulirala konvekcijske in difuzijske člene, je odvisno od razmerja med konvekcijskim in difuzijskim transportom, t. i. Pecletovega števila. Numerična difuzija ni fizikalna veličina in predstavlja napako sheme prvega reda, ki pa se računsko obnaša kot difuzija. Predstavlja določen pribitek h koeficientu efektivne turbulentne viskoznosti, zato se gibalna količina ali onesnažilo (oz. koncentracija) širi hitreje, kot je fizikalno realno. Numerična difuzija je tem večja, čim bolj groba je uporabljena numerična mreža (Bombač, 2014). Približna ocena numerične difuzije je podana z empiričnim izrazom (Patankar, 1980):

$$v_{num} = \frac{V \Delta x \Delta y |\sin 2\alpha|}{4 \left(\Delta y |\sin \alpha|^3 + \Delta x |\cos \alpha|^3 \right)} \quad (4)$$

kjer V predstavlja velikost vektorja hitrosti v določeni točki, α kot, ki ga vektor hitrosti oklepa z vzdolžno osjo x , Δx in Δy pa dimenzije celice v smeri x in y .

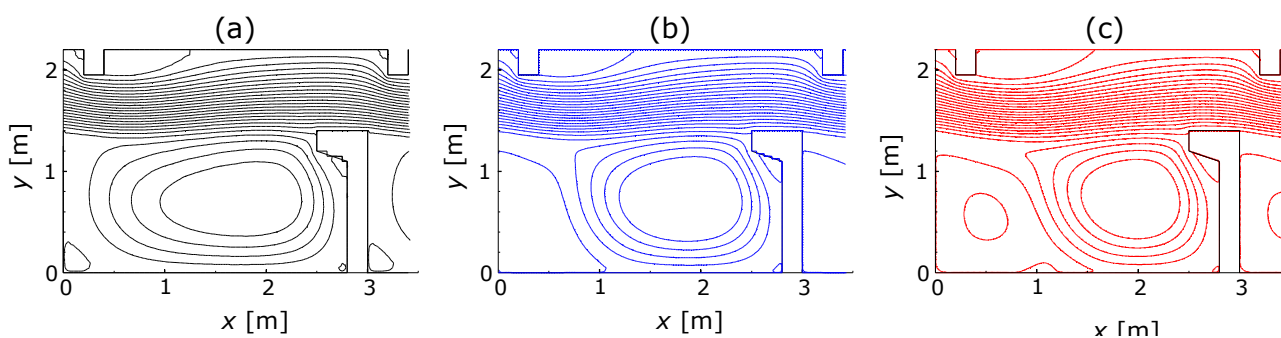
Natančnost rezultatov lahko izboljšamo z zgoščevanjem numerične mreže ali z uporabo numeričnih shem višjega reda točnosti. Iz enačbe 4 izhaja, da ima izbira velikosti mreže velik vpliv na numerično difuzijo. Vpliv, ki ga ima numerična difuzija na rezultate, lahko ocenimo z vpeljavo

razmerja med numerično difuzijo in koeficientom turbulentne viskoznosti ν_t . V programu PCFLOW2D je to razmerje označeno z VISRAZ. V primerih, ko je vrednost VISRAZ > 1 , velja, da lahko vpliv numerične difuzije prevlada nad vplivom koeficienta turbulentne viskoznosti. Na sliki 4 je prikazano razmerje med numerično difuzijo in turbulentno viskoznostjo VISRAZ za izračune s $k-\varepsilon$ modelom turbulence za vse tri uporabljene numerične mreže.



Slika 4: Razmerje numerične difuzije in turbulentne viskoznosti VISRAZ pri uporabi modela turbulence. (a) mreža $5,0 \times 5,0$ cm, (b) mreža $2,5 \times 2,5$ cm, (c) mreža $1,0 \times 1,0$ cm

Figure 4: Values of the ratio between numerical diffusion and eddy viscosity coefficient ν_t for the turbulence model (i.e. VISRAZ values); (a) 5.0×5.0 cm cells, (b) 2.5×2.5 cm cells, (c) 1.0×1.0 cm cells



Slika 5: Tokovnice v srednjem prekatu ribje steze, izračunane s $k-\varepsilon$ modelom turbulence ob uporabi različnih velikosti numeričnih mrež; (a) mreža $5,0 \times 5,0$ cm, (b) mreža $2,5 \times 2,5$ cm, (c) mreža $1,0 \times 1,0$ cm

Figure 5: Streamlines, calculated with the $k-\varepsilon$ turbulence model for various cell sizes; (a) 5.0×5.0 cm cells, (b) 2.5×2.5 cm cells, (c) 1.0×1.0 cm cells

Iz slike 4 je razvidno, da je vpliv numerične difuzije zadovoljivo majhen šele ob uporabi najfinejše uporabljene numerične mreže M3. V primerih, ko je vpliv turbulentne viskoznosti pomemben (kot na

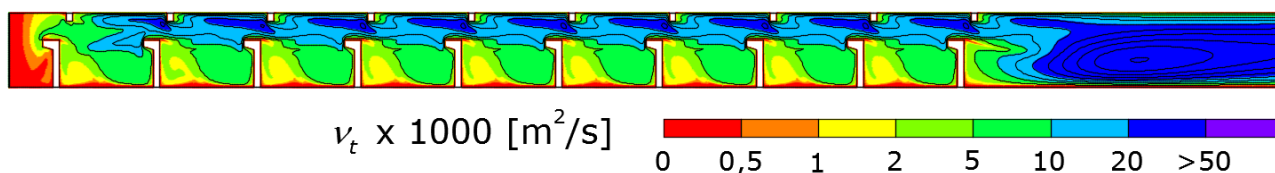
primer pri simulaciji toka v ribji stezi), je vsekakor treba določiti vpliv numerične difuzije in ga zmanjšati na ustrezno raven.

Na sliki 5 so prikazane tokovnice, izračunane s $k-\varepsilon$ modelom turbulence ob uporabi različnih numeričnih mrež. Največja razlika v tokovni sliki nastane v spodnjem levem delu prekata, kjer ob uporabi grobe mreže skoraj ne dobimo recirkulacije, z zgoščevanjem mreže pa se ta povečuje. Ta razlika v rezultatih je posledica numerične difuzije, ki je pri fini mreži bistveno manjša kot pri grobi numerični mreži.

3.2 Vpliv modela turbulence

Analize, izvedene v sklopu doktorske disertacije (Bombač, 2014), so pokazale, da je za modeliranje toka v ribjih stezah z vertikalnimi režami nujno uporabiti ustrezen model turbulence, ki pravilno

izračuna velikost in porazdelitev koeficienta turbulentne viskoznosti. Ugotovljeno je bilo, da je izmed vgrajenih modelov turbulence v PCFLOW2D najprimernejši $k-\varepsilon$ model turbulence (Bombač, 2014). Zato so vsi v tem članku prikazani rezultati izračunov izvedeni z uporabo globinsko povprečenega $k-\varepsilon$ modela turbulence (Rastogi in Rodi, 1978), ki dobro opiše turbulentno gibanje delcev tekočine v prekatih ribje steze (Bombač, 2014, Bombač et al., 2014). Izračunane vrednosti koeficienta turbulentne viskoznosti ν_t se bistveno spreminjajo po prostoru. V območju večjih hitrosti, tj. v območju vertikalnih rež, so te vrednosti približno 10-krat večje kot v preostalem delu prekata (slika 6).



Slika 6: Vrednost koeficienta turbulentne viskoznosti ν_t , pomnožena s 1000, izračunana s $k-\varepsilon$ modelom turbulence. Mreža 1×1 cm; $\Delta t = 0,1$ s

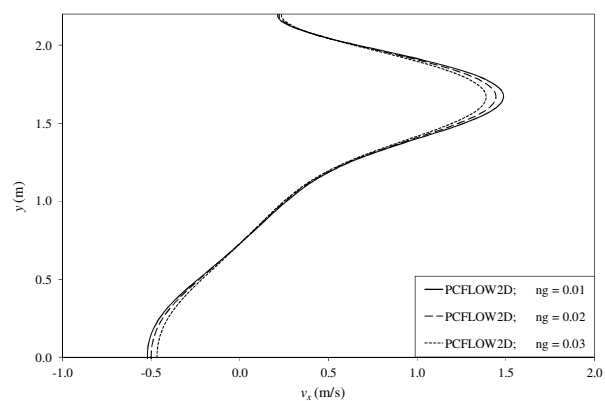
Figure 6: Values of eddy viscosity ν_t , calculated with the $k-\varepsilon$ turbulence model and multiplied by 1000; mesh 1×1 cm; $\Delta t = 0.1$ s

3.3 Vpliv koeficienta hrapavosti

Za določitev vpliva Manningovega koeficienta hrapavosti n_g na izračunano tokovno sliko so bili izvedeni izračuni za vrednosti $n_g = 0,010, 0,020$ in $0,030 \text{ sm}^{-1/3}$. Primerjava rezultatov (slika 7) je potrdila izsledke drugih raziskovalcev, da trenje ob dnu nima večjega vpliva na tokovno sliko pri toku v ribjih stezah z vertikalnimi režami (Cea et al., 2007; Chorda et al., 2010). Do manjših razlik pride v matici toka, kjer so maksimalne hitrosti v primeru $n_g = 0,020$ oz. $0,030 \text{ sm}^{-1/3}$ za 2 do 3 % oz. 4 do 7 % nižje od tistih pri $n_g = 0,010 \text{ sm}^{-1/3}$.

3.4 Teoretični izračun vpliva posameznih členov v dinamični enačbi

Za predhodno analizirana numerična parametra (koeficient turbulentne viskoznosti ν_t in Manningov koeficient hrapavosti n_g)



Slika 7: Izračunana vzdolžna komponenta hitrosti v_x (m/s) v prečnem prerezu $x = 2,3$ m za različne vrednosti n_g

Figure 7: Calculated longitudinal velocity v_x (m/s) at cross section $x = 2.3$ m for various values of n_g

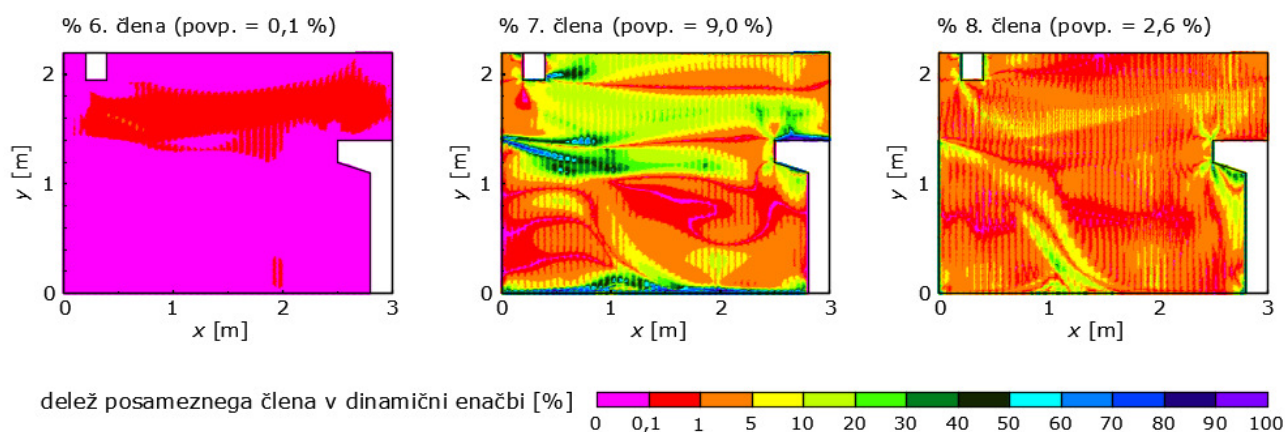
v nadaljevanju prikazujemo njun delež, ki ga predstavljata v dinamični enačbi (2). Glede na

predhodne rezultate smo pričakovali, da bo vpliv člena, ki opisuje trenje ob dnu, majhen, vpliv turbulentnih sil zaradi notranjega trenja v tekočini pa znaten.

Podrobno analizo posameznih členov dinamičnih enačb smo opravili na konkretnem primeru izračuna z najfinejšo uporabljeno numerično mrežo M3 (1×1 cm) ob uporabi $k - \varepsilon$ modela turbulence. Analizirane so bile razmere po 1 uri simulacije, ko se že vzpostavijo stacionarne razmere. Diskretizacija posameznih členov dinamičnih enačb v smeri x in y je podrobno opisana v Bombač (2014), zato je tu ne navajamo. V doktorski disertaciji Bombač (2014) so podrobno prikazani deleži vseh členov dinamične enačbe tako za smer x kot tudi za smer y , na tem mestu pa prikazujemo zgolj deleže členov v smeri x , ki opisujejo vpliv hrapavosti ob dnu (šesti člen dinamične enačbe (2)) in vpliv turbulentnih sil zaradi notranjega trenja tekočine (sedmi in osmi člen dinamične enačbe). Rezultati za smer y so podobni. Deleži posameznih členov so določeni kot razmerje vrednosti posameznega člena in vsote absolutnih vrednosti vseh členov dinamične enačbe. Deleži posameznih členov v reprezentativnem srednjem prekatu ribje steze so grafično prikazani na sliki 8. Šesti člen v

dinamični enačbi predstavlja vpliv sile zaradi upora. Kot je pokazala že v poglavju 3.3 opisana analiza vpliva koeficienta hrapavosti, je vpliv sil zaradi trenja ob dnu pri obravnavanem toku v ribji stezi z vertikalnimi režami zanemarljivo majhen. Povprečni vplivni delež tega člena znaša zgolj 0,1 %. Šesti člen ima največji vplivni delež v območju toka med obema vertikalnima režama ($1,4 \text{ m} < y < 1,9 \text{ m}$), kjer so hitrosti vodnega toka največje, pa še to le do 1,0 %. Velikost tega člena je namreč kvadratno odvisna od hitrosti.

Vpliv turbulentnih sil zaradi notranjega trenja v tekočini, ki jih opisujeta sedmi in osmi člen dinamične enačbe, je v primeru obravnavanega toka v ribji stezi za nekaj velikostnih razredov večji. Povprečni vplivni delež sedmega člena znaša kar 9,0 %, osmega člena pa 2,6 %. Sedmi in osmi člen imata največji vplivni delež ob ovirah in predvsem za ovirami v toku, tj. ob vertikalnih rebrih, ter na območjih, kjer prihaja do mešanja in interakcije osnovnega toka z veliko hitrostjo in recirkulacijskega vrtinca (pas okrog vrednosti $y = 1,4 \text{ m}$). Rezultati izračunov s $k-\varepsilon$ modelom turbulence nakazujejo, da je vpliv turbulentnih sil znaten.



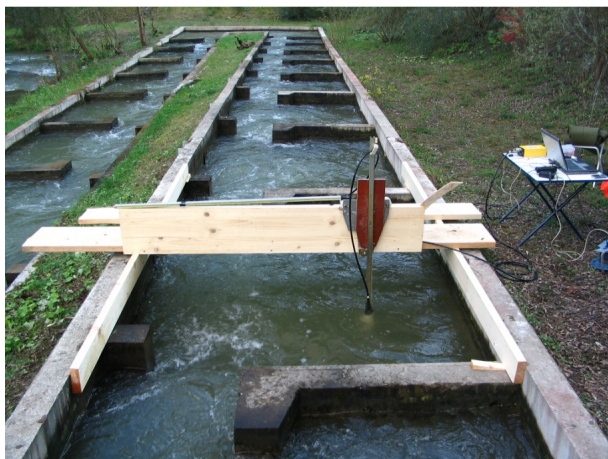
Slika 8: Prispevek posameznih členov v dinamični enačbi (smer x) v reprezentativnem srednjem prekatu ribje steze po 1 uri simulacije

Figure 8: Contribution of individual terms in the dynamic equation (direction x) in the characteristic central pool of a VSF after one hour of simulation

4. Meritve hidravličnih količin na ribji stezi ob HE Arto-Blanca

Navkljub obsežni občutljivostni analizi, ki je opisana v prejšnjem poglavju, je treba vsak matematični model pred njegovo aplikacijo verifilirati. Za ta namen so bile na delujoči ribji stezi ob HE Arto-Blanca izvedene meritve hidravličnih količin v srednjem prekatu zgornjega tehničnega kraka (7. prekat). Izvedene meritve so podrobno prikazane v članku Bombač et al. (2015), na tem mestu pa povzemamo zgolj bistvene podatke.

Na prototipu so bile v srednjem prekatu tehničnega odseka izvedene detajlne meritve hitrosti in gladin (slika 9). Meritve hitrosti so bile izvedene s 3D ADV ultrazvočno hitrostno sondo proizvajalca SonTek, pri frekvenci 50 Hz. Maksimalno odstopanje meritev od točne vrednosti znaša po zagotovilih proizvajalca 1 % merilnega območja. Meritve gladin so bile izvedene z ostnim merilom. Ocenjena merilna negotovost izmerjenih gladin znaša ± 1 mm.



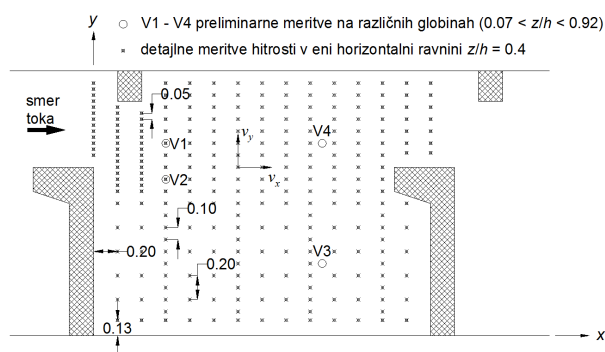
Slika 9: Meritve hitrosti vodnega toka v srednjem prekatu tehničnega dela ribje steze ob HE Arto-Blanca s 3D ADV sondo

Figure 9: Measurements of water flow velocity in the central pool of VSF at HPP Arto-Blanca with a 3D ADV probe

V času izvajanja meritev so bile v ribji stezi zagotovljene stacionarne razmere, kar je bilo zagotovljeno s konstantno polno koto gladine v

akumulaciji in popolnoma odprto zapornico na vtoku v ribjo stezo.

V prvi fazi so se izvedle preliminarne meritve hitrosti v več vertikalah, na podlagi katerih je bil kasneje izdelan načrt preostalih detajlnih meritev. Pozicija izvedenih meritev je prikazana na sliki 10.



Slika 10: Lokacija izvedenih meritev hitrosti na ribji stezi HE Arto-Blanca

Figure 10: Locations of flow velocity measurements

4.1 Meritve gladin

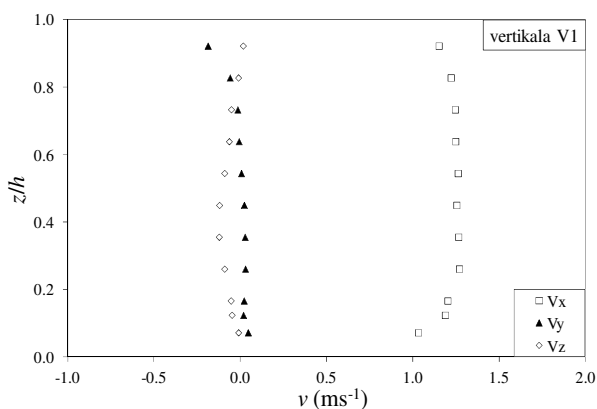
Z ostnim merilom je bila v 4 prečnih profilih v skupno 27 točkah izmerjena relativna globina dna opazovanega prekata. Gladina vode je bila v finejši resoluciji (103 točke) izmerjena v istih prečnih prerezih. Primerjava obeh meritev je dala povprečno globino vode $h = 1,3$ m.

4.2 Preliminarne meritve hitrosti

Preliminarne meritve hitrosti so bile izvedene na več globinah z v štirih vertikalah, prikazanih na sliki 10. Meritve so pokazale, da je tok v tehničnem delu ribje steze praktično dvodimenzionalen, kar pomeni, da so hitrosti na različnih globinah vodnega toka podobne in je vertikalna komponenta hitrosti majhna v primerjavi s preostalima horizontalnima komponentama (slika 11). To je omogočilo racionalizacijo kasnejših detajlnih meritev hitrostnega polja, ki so bile izvedene v eni horizontalni ravnini.

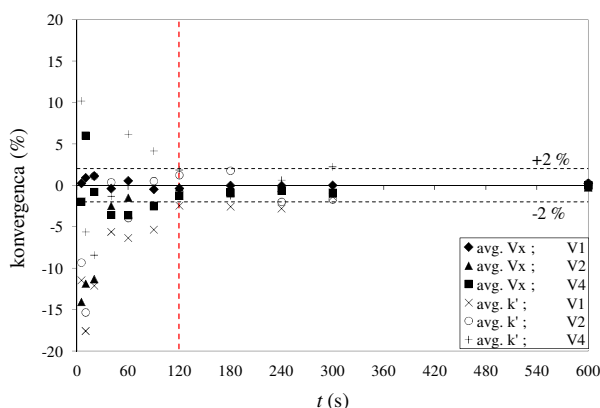
S preliminarnimi meritvami je bil določen tudi potreben čas trajanja meritve v posamezni točki. Izkazalo se je, da izmerjene povprečne vrednosti hitrosti po 120 s ne odstopajo za več kot ± 2 % od

končne, točne vrednosti (povprečna vrednost iz vrednotena iz 15 minut trajajočih meritev) (slika 12).



Slika 11: Izmerjene hitrosti na več globinah potrjujejo dvodimenzionalno naravo toka

Figure 11: Measured velocities prove the two-dimensional nature of the VSF flow

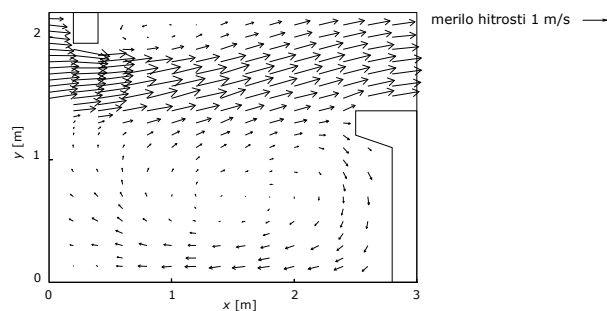


Slika 12: Konvergenca izmerjenih vrednosti vzdolžne komponente hitrosti v_x in turbulentne kinetične energije k' na lokacijah V1–V4

Figure 12: The convergence of the measured longitudinal velocity component v_x and turbulent kinetic energy per unit mass k' , both at locations V1–V4

4.3 Detajlne meritve hitrostnega polja

Detajlne meritve hitrostnega polja so bile izvedene v eni horizontalni ravnini na relativni globini $z/h = 0,4$. Meritve so bile izvedene v 254 točkah, prikazanih na sliki 10, posamezna meritev je trajala 120 s. Na sliki 13 je prikazano izmerjeno hitrostno polje v reprezentativnem prekatu ribje steze ob HE Arto-Blanca.



Slika 13: Izmerjeno hitrostno polje v reprezentativnem prekatu ribje steze ob HE Arto-Blanca na relativni globini $z/h = 0,4$

Figure 13: Measured velocity vectors in the central pool of VSF Arto-Blanca at $z/h = 0,4$

Meritve so pokazale, da maksimalne hitrosti, ki se pojavijo v reži med obema vertikalnima stenama, presegajo 1,5 m/s, kar je bistveno več od predhodno analitično določene maksimalne hitrosti $v_{max} = 1,0$ m/s. Tudi povprečna hitrost v reži je bistveno večja od predpostavljene $v_{max} = 1,0$ m/s, pravzaprav so največje hitrosti v celotnem zgornjem pasu prekata med režama večje od te vrednosti.

Analitična enačba za izračun maksimalne hitrosti se glasi:

$$v_{max} = (2g\Delta h)^{1/2} \quad (5)$$

Enačba se uporablja v številnih priročnikih za dimenzioniranje ribjih stez z vertikalnimi režami (npr. Larinier, 2002; Maddock et al., 2013), vendar ne more veljati v vseh primerih, saj ne upošteva začetne hitrosti vodnega toka pred vstopom v režo, temveč zgolj razliko v potencialni energiji vode med sosednjima prekatoma.

Meritve na prototipu so pokazale, da zgolj z analitičnimi enačbami iz priročnikov ni mogoče dovolj natančno določiti hidravličnih značilnosti toka v ribjih stezah z vertikalnimi režami; še več, odstopanja med izračunanimi in dejanskimi vrednostmi so lahko zelo velika (v opisanem primeru so največje izmerjene hitrosti višje za 50 %, za podoben delež je večji tudi dejanski pretok v ribji stezi).

Rezultati teh meritev potrjujejo pomembnost natančnega hidravličnega modeliranja toka v ribjih stezah z vertikalnimi režami.

5. Rezultati matematičnih izračunov

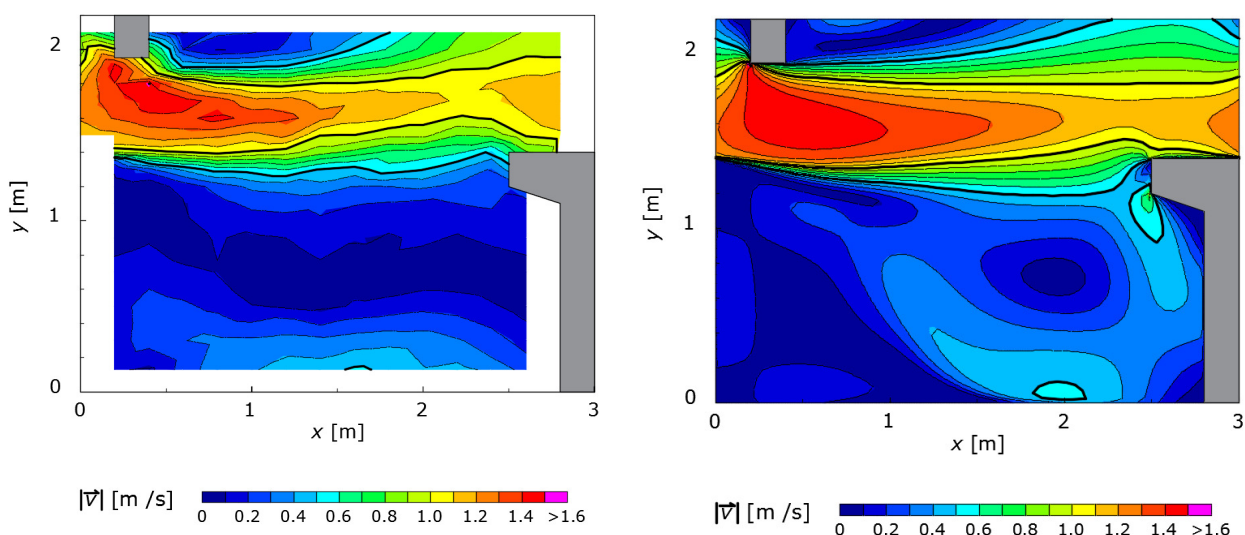
V tem poglavju so najprej prikazani rezultati validacije matematičnega modela z meritvami na prototipu, v nadaljevanju pa je prikazana ena od možnosti optimizacije ribje steze s spreminjanjem vzdolžnega padca ribje steze I_0 . Vsi v nadaljevanju prikazani izračuni so bili izvedeni z optimizirano numerično mrežo dimenzij 1×2 cm, ki ob ustrezno majhni numerični difuziji še zagotavlja zadostno točnost rezultatov (Bombač et al., 2015). Stalni pretok vode v ribji stezi je bil določen iteracijsko, tako da je znašala globina vode v prekatih 1,30 m, enako kot na prototipu. Gladina na spodnjem robu matematičnega modela je bila prav tako določena iteracijsko, tako da se je v srednjih prekatih ribje steze vzpostavil normalni tok (enaka globina vode v opazovanih srednjih prekatih ribje steze). Z ozirom na prodnati material na dnu ribje steze je bil izbran Manningov koeficient hrapavosti $n_g = 0,030 \text{ sm}^{-1/3}$.

5.1 Validacija matematičnega modela

Izvedli smo izračune toka v ribji stezi z enakimi hidravličnimi parametri, kot so bili izmerjeni na prototipu (povprečna globina vode v prekatih $h = 1,30$ m). Pretok je znašal $1,000 \text{ m}^3/\text{s}$, globina vode na spodnjem robu modela je bila nastavljena na

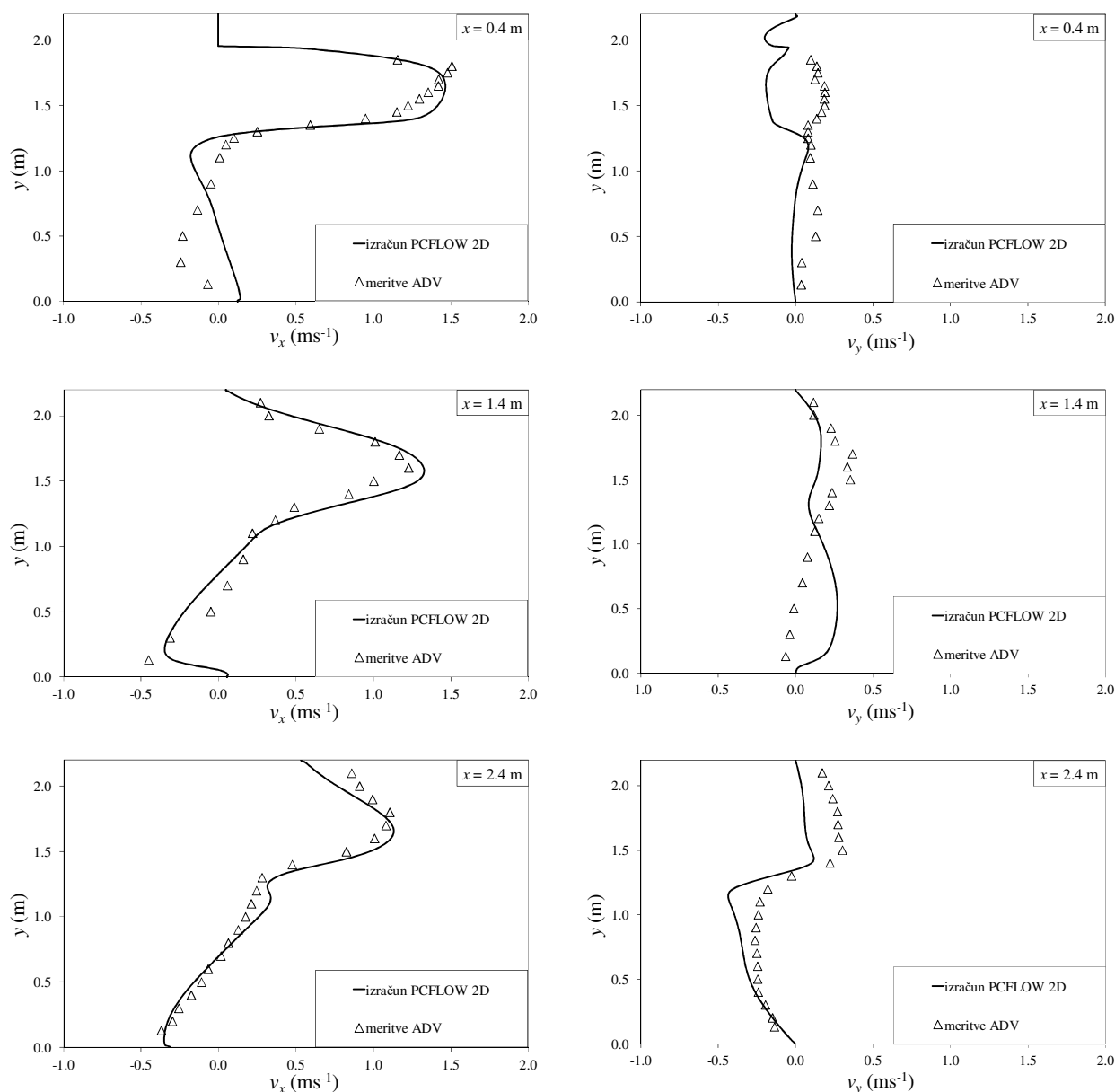
1,48 m. Na sliki 14 je prikazana prostorska primerjava izmerjenih in izračunanih hitrosti v srednjem prekatu ribje steze. Podrobnejša primerjava izračunanih in izmerjenih hitrosti je v obliki prečnih hitrostnih prerezov prikazana na sliki 15.

Ujemanje meritev in izračunov hitrostnega polja je dobro, kar dokazuje, da je matematični model PCFLOW2D, ob ustrezno določenih parametrih, lahko učinkovito orodje za optimizacijo takšnega tipa ribjih stez. Povprečna odstopanja izračunanih vzdolžnih komponent hitrosti v_x od izmerjenih znašajo $\overline{\Delta v_x} = 0,07 \text{ m/s}$ za prereza $x = 0,4 \text{ m}$ in $x = 1,4 \text{ m}$ ter $\overline{\Delta v_x} = 0,01 \text{ m/s}$ za prerez $x = 2,4 \text{ m}$. Tako meritve na prototipu kot tudi izračuni so potrdili, da so največje hitrosti v reži med sosednjima prekatoma bistveno višje od predhodno analitično določenih (za kar 50 %). Hitrosti, ki so višje od projektiranih, pomenijo slabšo prehodnost ribje steze za vodne organizme, ki so slabši plavalci. Poleg tega je večji pretok v ribji stezi neekonomičen, pa tudi drugi elementi ribje steze (vtok, sonaravni odsek ribje steze, iztok) posledično niso optimalno dimenzionirani.



Slika 14: Izotahe, izdelane iz točkovnih meritev na prototipu (levo); izračunane izotahe (desno)

Figure 14: Measured isovels (left); calculated isovels (right)



Slika 15: Primerjava izmerjenih in izračunanih komponent vektorja hitrosti vodnega toka v sredinskem prekatu ribje steze ob HE Arto-Blanca

Figure 15: Comparison of measured and calculated velocity components of the water flow in the central pool of the VSF at HPP Arto-Blanca

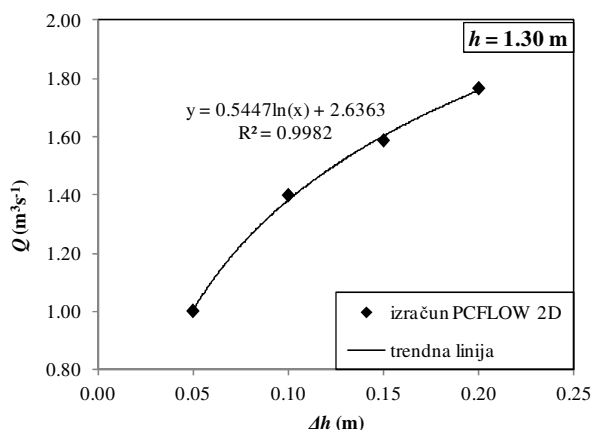
5.2 Izračuni za različne vzdolžne padce ribjih stez

Vzdolžni padec ribje steze in s tem višinska razlika v gladini vode med sosednjima prekatoma je eden od parametrov, ki najbolj vplivajo na hidravlične značilnosti toka. Vzdolžni padec predhodno analizirane ribje steze ob HE Arto-Blanca je relativno majhen, zato so hitrosti v ribji stezi majhne, kar omogoča prehod tudi organizmom s

slabšimi plavalnimi sposobnostmi. V praksi so precej pogoste tudi ribje steze z večjim vzdolžnim padcem, saj je v takšnem primeru ob enaki višinski razliki med koto zgornje vode in koto spodnje vode pregrade treba zgraditi manj prekatov oziroma krajšo ribjo stezo, kar seveda pomeni nižje stroške izgradnje. Izvedli smo izračune za štiri različne vzdolžne padce oziroma višinske razlike Δh med sosednjimi prekati, in sicer za $\Delta h = 0,05, 0,10, 0,15$

in 0,20 m, ter pokazali vpliv, ki ga ima vzdolžni padec ribje steze na tokovno sliko. Geometrijske karakteristike in glavni rezultati izračunov so prikazani v preglednici 1.

Na sliki 16 je prikazana odvisnost pretoka v ribji stezi od vzdolžnega padca. Ob enaki globini vode v ribji stezi ($h = 1,30$ m) je pretok v primeru $\Delta h = 0,20$ m višji od referenčnega pri $\Delta h = 0,05$ m za 76,5 %.

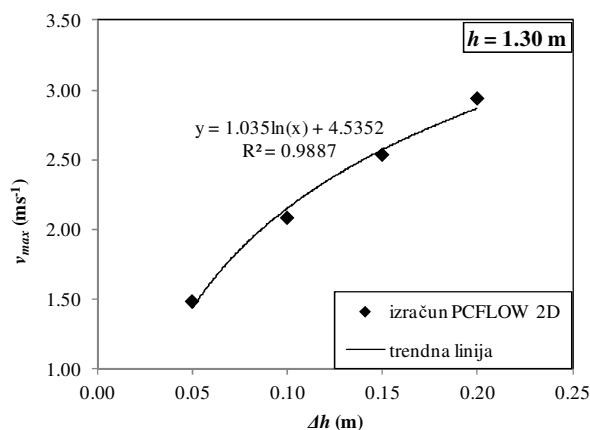


Slika 16: Pretok pri globini vode $h = 1,30$ m in $\Delta h = 0,05, 0,10, 0,15$ in $0,20$ m

Figure 16: Discharge at $h = 1.30$ m for $\Delta h = 0.05, 0.10, 0.15$, and 0.20 m

Enaka razmerja veljajo za povprečno hitrost v režah $avgv_{max}$, saj je zveza med pretokom Q in $avgv_{max}$ linearna ($Q = avg_v_{max} * h * b_0$).

Vpliv vzdolžnega padca ribje steze na točkovno največje hitrosti je še večji (slika 17). Pri $\Delta h = 0,20$ m so največje hitrosti višje od referenčnih pri $\Delta h = 0,05$ m za kar 98,6 %.

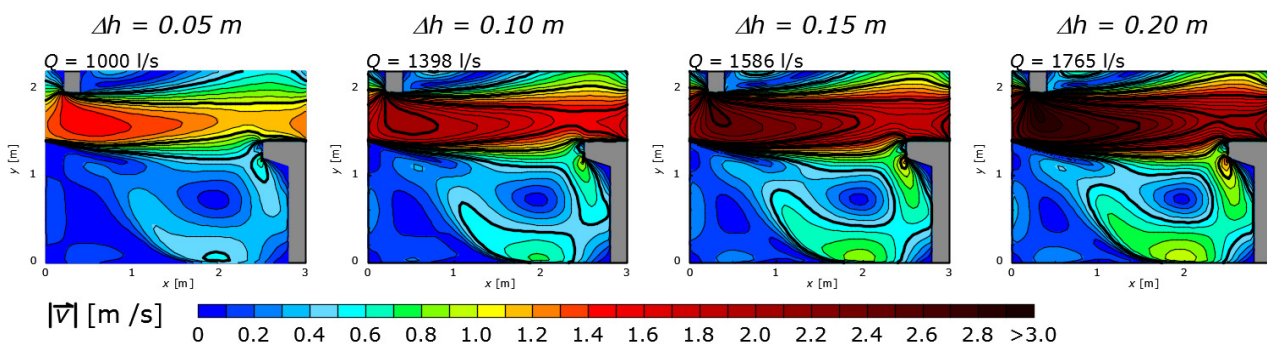


Slika 17: Največje hitrosti v_{max} pri globini vode $h = 1,30$ m in $\Delta h = 0,05, 0,10, 0,15$ in $0,20$ m

Figure 17: Maximum velocities v_{max} at $h = 1.30$ m for $\Delta h = 0.05, 0.10, 0.15$, and 0.20 m

Na sliki 18 so prikazane izračunane izotahe za različne vzdolžne padce ribje steze. Večji vzdolžni padec povzroči bistveno večje hitrosti v zgornjem pasu prekata med obema režama. Hitrostna slika med večjima rebroma, tj. v spodnjem delu prekata, se ne spremeni bistveno. To je predvsem posledica

analizirane geometrije prekata ribje steze z relativno veliko režo in majhnim manjšim rebrom, zaradi česar glavni tok teče precej neovirano v ravni liniji med režama in posledično ne pride do večjega mešanja glavnega vodnega toka z vodno maso v samem prekату.



Slika 18: Izračunane izotahe v srednjem prekату obravnavane ribje steze pri globini vode $h = 1,30$ m in $\Delta h = 0,05, 0,10, 0,15$ in $0,20$ m

Figure 18: Calculated isovels in the central pool of the tested VSF at $h = 1.30$ m for $\Delta h = 0.05, 0.10, 0.15$, and 0.20 m

Preglednica 1: Geometrijske karakteristike in izračunane vrednosti glavnih hidravličnih parametrov za različne vzdolžne padce ribje steze

Table 1: Geometrical characteristics and calculated values of the main hydraulic parameters for different slopes of VSF

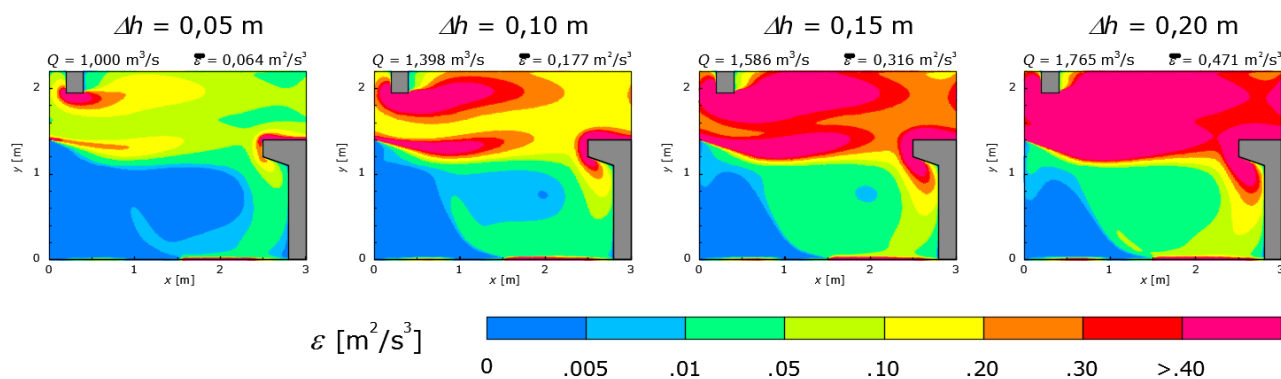
Δh (m)	I_0	Q (m ³ /s)	največja povprečna hitrost v reži avg_v_{max} (m/s)	točkovna največja hitrost v_{max} (m/s)	$\bar{E} = \bar{\varepsilon} \cdot \rho$ (W/m ³)
0,05	0,01667	1,000	1,30	1,48	64
0,10	0,03333	1,398	1,82	2,08	177
0,15	0,05000	1,586	2,07	2,53	316
0,20	0,06667	1,765	2,30	2,94	471

Pri načrtovanju ribjih stez je treba paziti na ustrezno majhne vrednosti disipacije turbulentne kinetične energije ε , saj se ribe izogibajo območjem z izrazito turbulenco. Usmeritve iz strokovne literature (Larinier, 2002) omejujejo z gostoto vode

pomnoženo povprečno vrednost disipacije turbulentne kinetične energije na vrednost največ $\bar{E} = 150 \text{ W/m}^3$, ki se jo izračuna po naslednji formuli:

$$\bar{E} = \frac{\rho g Q \Delta h}{V_p} \quad (6)$$

kjer je \bar{E} z gostoto vode ρ pomnožena povprečna vrednost disipacije turbulentne kinetične energije, g gravitacijski pospešek, Q pretok, Δh višinska razlika med gladinama v sosednjih prekatih in V_p volumen vode v prekatu ribje steze. Matematični model omogoča detajlnejši prikaz prostorske razporeditve disipacije turbulentne kinetične energije ε . Prostorski integral izračunanih vrednosti ε , izvrednoten z matematičnim modelom in pomnožen z gostoto vode ρ , daje kot rezultat povprečno vrednost disipacije turbulentne kinetične energije, pomnožene z gostoto vode \bar{E} . Na sliki 19 je prikazana prostorska razporeditev disipacije turbulentne kinetične energije ε za različne Δh . Iz rezultatov lahko vidimo, da za konkretno konfiguracijo prekata ribje steze povečanje vzdolžnega padca pomeni bistveno



Slika 19: Izračunana prostorska razporeditev disipacije turbulentne kinetične energije ε v srednjem prekatu obravnavane ribje steze pri globini vode $h = 1,30 \text{ m}$ in $\Delta h = 0,05, 0,10, 0,15$ in $0,20 \text{ m}$

Figure 19: Calculated spatial distribution of turbulent kinetic energy dissipation in the central pool of the tested VSF at $h = 1,30 \text{ m}$ for $\Delta h = 0,05, 0,10, 0,15$, and $0,20 \text{ m}$

povečanje disipacije turbulentne kinetične energije ε . Dvakrat večji vzdolžni padec povzroči skoraj trikrat večjo disipacijo turbulentne kinetične energije. Že pri višinski razliki med sosednjimi prekatih $\Delta h = 0,10 \text{ m}$ z gostoto vode pomnožena

povprečna vrednost disipacije turbulentne kinetične energije \bar{E} presega priporočene vrednosti iz strokovne literature.

6. Zaključki

Ustrezne tokovne razmere so pogoj, da je ribja steza učinkovita. V raziskavi so prikazane analize vpliva numeričnih parametrov, ki jih je treba poznati, da lahko z matematičnim modelom uspešno modeliramo tok v ribjih stezah. Pri dimenzioniranju ribjih stez je veliko geometrijskih parametrov, ki jih lahko variramo oziroma optimiziramo: oblika reže (velikost reže b_0 , kot med rebroma α in pozicija reže), oblika in pozicija vertikalnih reber, dolžina in širina prekata itd. Ob tem se je treba zavedati, da variiranje geometrije lahko bistveno vpliva na hidravlične značilnosti toka v ribji stezi in s tem na zmožnost prehajanja rib. V članku je prikazana analiza enega od pomembnejših geometrijskih parametrov v ribjih stezah z vertikalnimi režami, in sicer vpliv vzdolžnega padca dna na tokovno sliko. Glavne ugotovitve raziskave lahko strnemo v naslednjih točkah:

- 1) Analitični izračuni hidravličnih značilnosti toka v ribjih stezah, predlagani v strokovni literaturi, ne zadoščajo. Na konkretnem primeru je bilo z meritvami in izračuni pokazano, da so odstopanja lahko velika.
- 2) Ob uporabi matematičnega modela za določitev hidravličnih značilnosti toka v ribjih stezah je treba detajlno poznati vpliv posameznih numeričnih parametrov in jih pri izračunih ustrezno upoštevati.
- 3) V primerih toka v ribjih stezah prihaja do izrazitega mešanja in vrtnčenja toka v prekatih, zato je treba uporabiti ustrezen model turbulence, ki ta vpliv pravilno opiše. Rezultati simulacij s $k - \varepsilon$ modelom turbulence se dobro ujemajo z meritvami na prototipu. To nakazuje, da je ob ustrezni uporabi 2D matematični model PCFLOW2D primerno orodje za dimenzioniranje ribjih stez z vertikalnimi režami.
- 4) Izvedene simulacije za primere ribje steze z različnimi vzdolžnimi padci so pokazale, da je to eden ključnih parametrov pri dimenzioniranju ribjih stez.

Viri

- Bermúdez, M., Puertas, J., Cea, L., Pena, L., Balairón, L. (2010). Influence of pool geometry on the biological efficiency of vertical slot fishways. *Ecological Engineering* **36(10)**, 1355–1364. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ecoleng.2010.06.013>.
- Bombač, M., Novak, G., Rodič, P., Četina, M. (2014). Numerical and physical model study of a vertical slot fishway. *Journal of Hydrology and Hydromechanics* **62(2)**, 1–10. <https://doi.org/10.2478/johh-2014-0013>.
- Bombač, M. (2014). Matematično in fizično modeliranje toka v rekah s poplavnimi področji. Doktorska disertacija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 109 str. (in Slovenian)
- Bombač, M., Novak, G., Mlačnik, J., Četina, M. (2015). Extensive field measurements of flow in vertical slot fishway as data for validation of numerical simulations. *Ecological Engineering* **84**, 476–484. <https://doi.org/10.1016/j.ecoleng.2015.09.030>.
- Bombač, M., Četina, M., Novak, G. (2017). Study on flow characteristics in vertical slot fishways regarding slot optimization. *Ecological Engineering* **107**, 126–136. <https://doi.org/10.1016/j.ecoleng.2017.07.008>
- Cea, L., Pena, L., Puertas, J., Vazquez-Cendon, M. E., Pena, E. (2007). Application of several depth-averaged turbulence models to simulate flow in vertical slot fishways. *Journal of Hydraulic Engineering* **133(2)**, 160–172. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2007\)133:2\(160\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2007)133:2(160)).
- Ciuha, D., Bombač, M., Povž, M., Kvaternik, K., Mlačnik, J. (2017). Zasnova, hidravlična optimizacija, projekt in izvedba prehoda za vodne organizme HE Brežice. Zbornik referatov, 28. Mišičev vodarski dan 2017, Maribor, 133–146. (in Slovenian)
- Chorda, J., Maubourguet, M. M., Roux, H., George, J., Larinier, M., Tarrade, L., David, L. (2010). Two-dimensional free surface flow numerical model for vertical slot fishways. *Journal of Hydraulic Research* **48(2)**, 141–151. <https://doi.org/10.1080/00221681003703956>.
- Clay, C. H. (1995). Design of fishways and other fish facilities. Ottawa, Dept. of Fisheries of Canada, 248 str.
- Četina, M. (1988). Matematično modeliranje dvodimenzionalnih turbulentnih tokov. Magistrsko delo. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, 105 str. (in Slovenian)

- Duguay, L., Lacey, R., Gaucher, J. (2017). A case study of a pool and weir fishway modeled with OpenFOAM and FLOW-3D. *Ecological Engineering* **103**, 31–42. <https://doi.org/10.1016/j.ecoleng.2017.01.042>
- Enders, E. C., Boisclair, D., Roy, A. G. (2003). The effect of turbulence on the cost of swimming for juvenile Atlantic salmon. *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic* **60(9)**, 1149–1160. <https://doi.org/10.1139/f03-101>.
- Josipovič, Z., Ciuha, D. (2009). Prehod za vodne organizme HE Blanca. Projekt izvedenih del. Ljubljana, IBE, d.d. (in Slovenian)
- Kamula, R. (2001). Flow Over Weirs with Application to Fish Passage Facilities. Academic Dissertation. Oulu, University of Oulu, Faculty of Technology, 90 str.
- Katopodis, C., Rajaratnam, N. (1983). A review and laboratory study of the hydraulics of Denil fishways. Canadian Technical Report of Fisheries and Aquatic Science. 1145: vii+181 str.
- Larinier, M., Travade, F., Porcher, J. P. (Eds.) (2002). Fishways: biological basis, design criteria and monitoring, 364 str.
- Maddock, I. P., Harby, A., Kemp, P., Wood, P. (eds.) (2013). Ecohydraulics: An Integrated Approach. Wiley-Blackwell, 446 str.
- Marriner, B. A., Baki, A. B. M., Zhu, D. Z., Cooke, S. J., Katopodis, C. (2016). The hydraulics of a vertical slot fishway: A case study on the multi-species Vianney-Legendre fishway in Quebec. *Ecological Engineering* **90**, 190–202. <https://doi.org/10.1016/j.ecoleng.2016.01.032>.
- Novak, G., Tafuni, A., Domínguez, J. M., Četina, M., Žagar, D. (2019). A Numerical Study of Fluid Flow in a Vertical Slot Fishway with the Smoothed Particle Method. *Water* **11**, 1928. <https://doi.org/10.3390/w11091928>.
- Patankar, S. V. (1980). Numerical heat transfer and fluid flow. New York, McGraw-Hill Book Company, 197 str.
- Powers, P., Orsborn, J. (1984). New concepts in fish ladder design: Analysis of barriers to upstream fish migration. Volume IV of IV: Investigation of the physical and biological conditions affecting fish passage success at culverts and waterfalls. Final Rep. 1982–1984. BPA Rep. DOE/BP-36523-1 Project No. 198201400, Bonneville Power Administration.
- Puertas, J., Pena, L., Teijeiro, T. (2004). Experimental approach to the hydraulics of vertical slot fishways. *Journal of Hydraulic Engineering* **130** (1), 10–23. [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2004\)130:1\(10\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2004)130:1(10)).
- Puertas, J., Cea, L., Bermúdez, M., Pena, L., Rodríguez, A., Rabuñal, J.R., Balairón, L., Lara, Á., Aramburu, E. (2012). Computer application for the analysis and design of vertical slot fishways in accordance with the requirements of the target species. *Ecological Engineering* **48**, 51–61. <https://doi.org/10.1016/j.ecoleng.2011.05.009>.
- Rajaratnam, N., Van der Vinne, G., Katopodis, C. (1986). Hydraulics of vertical slot fishways. *Journal of Hydraulic Engineering* **112** (10), 909–927. [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1986\)112:10\(909\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1986)112:10(909)).
- Rajaratnam, N., Katopodis, C., Solanki, S. (1992). New designs for vertical slot fishways. *Canadian Journal of Civil Engineering* **19(3)**, 402–414. <https://doi.org/10.1139/92-049>.
- Rastogi, A. K., Rodi, W. (1978). Predictions of heat and mass transfer in open channels. *Journal of the Hydraulics Division* **104(3)**, 397–420.
- Rodriguez, T.T., Agudo, J. P., Mosquera, L. P., Gonzalez, E.P. (2006). Evaluating vertical-slot fishway designs in terms of fish swimming capabilities. *Ecological Engineering* **27**, 37–48. <https://doi.org/10.1016/j.ecoleng.2005.09.015>.
- Sanagiotto, D. G., Rossi, J. B., Bravo, J. M. (2019). Applications of Computational Fluid Dynamics in The Design and Rehabilitation of Nonstandard Vertical Slot Fishways, *Water* **11**, 199. <https://doi.org/10.3390/w11020199>.
- Silva, A. T., Bermúdez, M., Santos, J. M., Rabuñal, J. R., Puertas, J. (2020). Pool-type fishway design for a Potamodromous Cyprinid in the Iberian Peninsula: The Iberian Barbel-synthesis and future directions. *Sustainability* **12**, 3387. <https://doi.org/10.3390/su12083387>.
- Tan, J., Tao, L., Gao, Z., Dai, H., Shi, X. (2018). Modeling Fish Movement Trajectories in Relation to Hydraulic Response Relationships in an Experimental Fishway, *Water* **10**, 1511. <https://doi.org/10.3390/w10111511>
- Tarrade, L., Pineau, G., Calluau, D., Texier, A., David, L., Larinier, M. (2011). Detailed experimental study of hydrodynamic turbulent flows generated in vertical slot fishways. *Environmental Fluid Mechanics* **11**, 1–21. <https://doi.org/10.1007/s10652-010-9198-4>.
- Violeau, D. (2012). Fluid Mechanics and the SPH Method: Theory and Applications. First Edition, Oxford, United Kingdom.

Water Framework Directive, 2000/60/EC. Dosegljivo na spletnem naslovu: <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=CELEX:32000L0060>.